

## Το ένα γρανάζι γύρω από το άλλο\*

Καλοκαίρι 2011

Δύο γρανάζια έχουν  $N = 80$  και  $n = 40$  όμοια (ταιριαστά) δόντια ο καθένας (περίπου όπως στο σχήμα). Αν το μεγάλο γρανάζι κρατιέται ακίνητο και το μικρό μπορεί να περιστρέφεται πάνω στην περιφέρεια του, πόσες περιστροφές θα πραγματοποιήσει γύρω από τον εαυτό του το μικρό γρανάζι, ώστε να κάνει μια πλήρη περιστροφή γύρω από το μεγάλο.

Συμβουλή: Μη βιαστείτε ν' απαντήσετε. Η προφανής απάντηση δεν είναι πάντα και η σωστή.

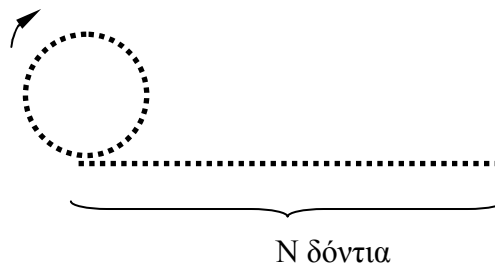


(Η λύση στην επόμενη σελίδα)

## ΛΥΣΗ

- ☞ Κι όμως η προφανής απάντηση  $\mu = N/v = 2$  περιστροφές δεν είναι η σωστή.
- ☞ Ας πούμε κατ' αρχάς  $\delta$  την απόσταση κάθε «δοντιού» στα γρανάζια. Προφανώς οι περιφέρειες των γραναζιών θα ήταν:  $2\pi R = N\delta$  του μεγάλου και  $2\pi r = v\delta$  του μικρού.

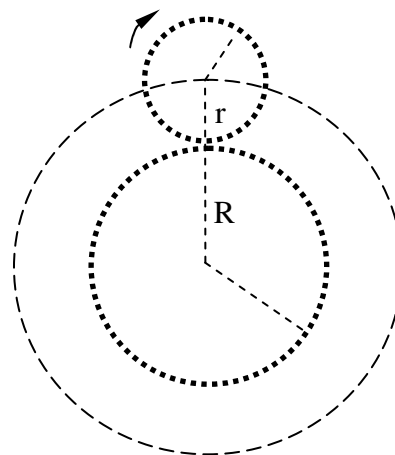
☞ Θα έκανε πράγματι δύο περιστροφές το μικρό γρανάζι, αν περιστρεφόταν πάνω σε οδοντωτό επίπεδο διάδρομο (σχήμα 1). Τότε πράγματι: Αφού σε κάθε περιστροφή το μικρό γρανάζι θα μετακινούνταν κατά  $v\delta$  (όσο η περιφέρεια του δηλαδή), για να καλύψει την απόσταση των  $N\delta$  γραναζιών, θα χρειαζόταν  $N\delta/v\delta = 2$  περιστροφές.



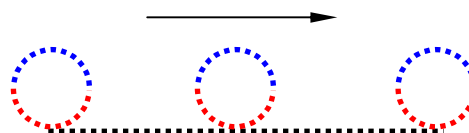
☞ Όταν όμως το μικρό γρανάζι κινείται γύρω από το μεγάλο, κάνοντας μια περιστροφή θα μετακινηθεί κατά  $s = 2\pi(R+r)$ . Οπότε ο αριθμός των περιστροφών του μικρού θα είναι:

$$\mu = \frac{2\pi(R+r)}{2\pi r} = \frac{2\pi R}{2\pi r} + 1 = \frac{N}{v} + 1 =$$

Άρα στη συγκεκριμένη περίπτωση το μικρό γρανάζι θα χρειαστεί να κάνει **τρεις (3) περιστροφές γύρω από τον εαυτό του** για να γυρίσει γύρω από το μεγάλο.



Σημείωση – επαλήθευση: Αν το μικρό γρανάζι ολίσθαινε, χωρίς περιστροφή στον επίπεδο διάδρομο, προφανώς δεν θα περιστρεφόταν.



Αν όμως το μικρό ολίσθαινε, χωρίς περιστροφή, γύρω από το μεγάλο, πόσες περιστροφές θα έκανε γύρω από το εαυτό του; Καμιά; Μήπως θα έκανε μία (1); Το διπλανό σχήμα πρέπει να βοηθή.

