

## With or without Friction

Απρίλιος 2006

Δίσκος αφήνεται να κινηθεί χωρίς αρχική ταχύτητα κατά μήκος πλάγιου επιπέδου, το οποίο σχηματίζει γωνία  $30^{\circ}$  ως προς τον ορίζοντα.

α) Πότε θα φτάσει πιο γρήγορα στο έδαφος; Αν το πλάγιο επίπεδο είναι λείο ή αν έχει αρκετή τριβή ώστε ο δίσκος να κυλά χωρίς να ολισθαίνει; (Να απαντήσετε περιγραφικά).

β) Να βρεθεί ο λόγος των χρονικών διαστημάτων που χρειάζεται σε κάθε μια περίπτωση ο δίσκος για να φτάσει κάτω.

Δίνεται ότι η ροπή αδράνειας τροχαλίας μάζας  $m$  και ακτίνας  $R$ , ως προς άξονα που περνά από το κέντρο της είναι:  $I_{cm} = \frac{1}{2}mR^2$ . Η μάζα  $m$ , η ακτίνα  $R$  και η επιτάχυνση  $g$  της βαρύτητας δεν δίνονται.

Η λύση στην επόμενη σελίδα

## ΛΥΣΗ

α) Αν ο δίσκος κινείται σε λείο επίπεδο, τότε προφανώς δεν κυλά, αλλά απλώς ολισθαίνει. Σ' αυτή τη περίπτωση, όλη η αρχική δυναμική του ενέργεια θα μετατραπεί αποκλειστικά σε κινητική ενέργεια λόγω μεταφορικής κίνησης ( $mgh = \frac{1}{2}mv^2$ ).

Αν όμως το επίπεδο είναι αρκετά αδρό ώστε ο δίσκος να κυλά χωρίς να ολισθαίνει, όταν θα φτάσει στο κατώτερο σημείο της τροχιάς του, θα έχει μετατρέψει την αρχική δυναμική του ενέργεια σε κινητική ενέργεια λόγω μεταφοράς **και** κινητική ενέργεια λόγω περιστροφής ( $mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$ ). Άρα  $v' < v$ . **Συνεπώς θα αποκτήσει μεγαλύτερη ταχύτητα όταν το επίπεδο είναι λείο και θα φτάσει γρηγορότερα στο έδαφος.**

β) Αν το επίπεδο είναι λείο. Τότε η επιτάχυνση με την οποία θα γλιστρήσει θα είναι:

$$a_1 = \Sigma F/m = mg\mu_{30}/m \Rightarrow a_1 = g/2 \text{ (I)}$$

Αν το επίπεδο είναι αδρό. Τότε εκτός από μεταφορική θα έχουμε και περιστροφική κίνηση, οπότε θα έχουμε:

$$\Sigma F = m \cdot a_2 \Rightarrow mg \cdot \mu_{30} - T = ma_2 \text{ (II)}$$

$$TR = I\alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow TR = \frac{1}{2}mR^2\alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow T = \frac{1}{2}mR\alpha_{\gamma\omega\nu} \text{ (III)}$$

$$a = \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot R \text{ (IV)}$$

Από τις εξισώσεις (II), (III) και (IV) λύνουμε το σύστημα και έχουμε  $a_2 = g/3$  (V)

Κατά τη διάρκεια της καθόδου έχουμε  $s = \frac{1}{2}a_1t_1^2$  και  $s = \frac{1}{2}a_2t_2^2$ .

$$\text{Οπότε: } a_1t_1^2 = a_2t_2^2 \Rightarrow \frac{t_1}{t_2} = \sqrt{\frac{a_2}{a_1}} = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

