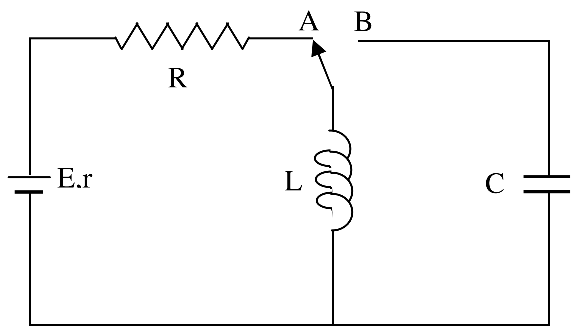
Πλατάκης Φίλιππος - Φυσικός
fil_platakis@yahoo.gr

«Πότε θα εκφορτιστεί ο πυκνωτής»**

Νοέμβριος 2009

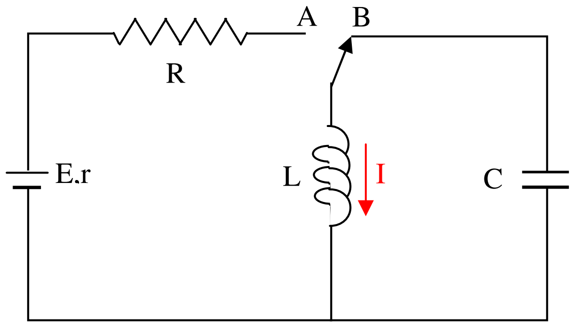
Τα χαρακτηριστικά του κυκλώματος του σχήματος είναι: E = 12 V, r = 1 Ω, R = 5 Ω, L = 8 mH και C = 20 μF. Ο διακόπτης είναι στη θέση Α και η ένταση του ρεύματος στον αριστερό βρόγχο είναι σταθεροποιημένη. Τη χρονική στιγμή t = 0 στρέφουμε το διακόπτη ακαριαία στη θέση Β. Αν ξέρουμε ότι η μέγιστη ενέργεια που μπορεί να ανεχτεί ο πυκνωτής, χωρίς να καεί (εκφορτιστεί) είναι 4 mJ, να βρεθεί η χρονική στιγμή κατά την οποία αυτός καίγεται (εκφορτίζεται).



Η λύση στην επόμενη σελίδα

Πλατάκης Φίλιππος - Φυσικός
fil_platakis@yahoo.gr

ΛΥΣΗ



☞ Η ένταση του ρεύματος στον αριστερό βρόγχο είναι: $I = \dfrac{E}{R+r} = \dfrac{12}{5+1} \Leftrightarrow I = 2A$

☞ Μεταφέροντας το διακόπτη στη θέση Β το κύκλωμα LC στον δεξιό βρόγχο αρχίζει ταλάντωση με γωνιακή συχνότητα:

$$\omega = \frac{2\pi}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{8\cdot 10^{-3}\cdot 2\cdot 10^{-5}}} = \frac{1}{4\cdot 10^{-4}} \Leftrightarrow$$

$$\omega = \frac{10^4}{4}\, rad/s$$

☞ Προφανώς η τιμή *I* της έντασης που υπολογίσαμε προηγουμένως είναι η μέγιστη που θα διαρρέει το πηνίο κατά την ταλάντωση του, οπότε αν Q είναι η μέγιστη τιμή του φορτίου του πυκνωτή έχουμε: $I = Q\omega \Leftrightarrow Q = \dfrac{I}{\omega} = \dfrac{2}{\frac{10^4}{4}} \Leftrightarrow Q = 8\cdot 10^{-4} C$

☞ Εφόσον ο πυκνωτής καίγεται όταν $E = 4\cdot 10^{-3} J$, αν πούμε q_{max} που θα έχει τότε ο πυκνωτής, θα ισχύει: $E = \dfrac{1}{2}\dfrac{q_{max}^2}{C} \Leftrightarrow q_{max} = \sqrt{2CE} = \sqrt{2\cdot 2\cdot 10^{-5}\cdot 4\cdot 10^{-3}} = \sqrt{16\cdot 10^{-8}} \Leftrightarrow q_{max} = 4\cdot 10^{-4} C$

☞ ***Άρα ουσιαστικά ψάχνουμε ποια χρονική στιγμή το φορτίο του πυκνωτή γίνεται $4\cdot 10^{-4}C$ για πρώτη φορά.***

☞ Οι εξισώσεις της έντασης του ρεύματος και του φορτίου του πυκνωτή είναι:

$$i = -I\eta\mu(\omega t + \varphi_0) \text{ και } q = Q\sigma\upsilon\nu(\omega t + \varphi_0)$$

Αφού για $t = 0$ έχουμε $q = 0$ και $i = I$ (θεωρούμε τη φορά του ρεύματος προς τα κάτω θετική) παίρνουμε: $\eta\mu\varphi_0 = -1$ και $\sigma\upsilon\nu\varphi_0 = 0$. Οπότε: $\varphi_0 = 3\pi/2$.

Άρα οι εξισώσεις είναι: $i = -2\eta\mu\left(\dfrac{10^4}{4}t + \dfrac{3\pi}{2}\right)$ και $q = 8\cdot 10^{-4}\sigma\upsilon\nu\left(\dfrac{10^4}{4}t + \dfrac{3\pi}{2}\right)$ $(S.I.)$

Υπολογίζουμε πότε γίνεται για πρώτη φορά το φορτίο q_{max}:

$$4\cdot 10^{-4} = 8\cdot 10^{-4}\sigma\upsilon\nu\left(\frac{10^4}{4}t + \frac{3\pi}{2}\right) \Leftrightarrow$$

$$\sigma\upsilon\nu\left(\frac{10^4}{4}t + \frac{3\pi}{2}\right) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{array}{l} \dfrac{10^4}{4}t + \dfrac{3\pi}{2} = 2k\pi + \dfrac{\pi}{3} \\ \dfrac{10^4}{4}t + \dfrac{3\pi}{2} = 2k\pi + \dfrac{5\pi}{3} \end{array}$$

για k=0 (ψάχνουμε τη 1η φορά) έχουμε:

$$\frac{10^4}{4}t + \frac{3\pi}{2} = \frac{\pi}{3} \text{ απορρίπτεται } t<0$$

$$\frac{10^4}{4}t + \frac{3\pi}{2} = \frac{5\pi}{3} \textbf{ Δεκτή}$$

Συνεπώς: $\dfrac{10^4}{4}t = \dfrac{5\pi}{3} - \dfrac{3\pi}{2} = \dfrac{10\pi - 9\pi}{6} = \dfrac{\pi}{6} \Leftrightarrow$

$$\boxed{t = \frac{2\pi}{3}\cdot 10^{-4} s}$$