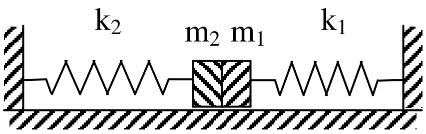
Πλατάκης Φίλιππος - Φυσικός
fil_platakis@yahoo.gr

«Σύγκρουση ελατηρίων»**

Οκτώβριος 2013

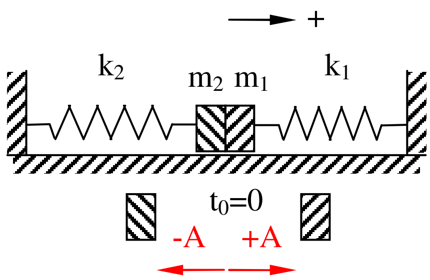


Τα ελατήρια του σχήματος έχει σταθερές k_1 = 9 N/m και k_2= 32 N/m, οι δε μάζες με τις οποίες είναι συνδεδεμένα είναι m_1 = 1 Kg και m_2 = 2 Kg. Τα σώματα είναι πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και όταν ισορροπούν βρίσκονται το ένα δίπλα στο άλλο (η θέση ισορροπίας τους συμπίπτει). Απόμακρύνουμε τα δύο σώματα κατά ίση απόσταση Δx = 40 cm εκατέρωθεν και τη χρονική στιγμή τα αφήνουμε ελεύθερα. Να βρεθεί το σημείο σύγκρουσης τους.
Θεωρείστε τα σώματα ότι είναι υλικά σημεία και ότι οποιαδήποτε τριβή θεωρείται αμελητέα.
Και για όσους βαριούνται να χρησιμοποιήσουν το κομπιουτεράκι του υπολογιστή, δίνεται ότι: ημ(13π/14) = 0,05.

Η λύση στην επόμενη σελίδα

Πλατάκης Φίλιππος - Φυσικός
fil_platakis@yahoo.gr

ΛΥΣΗ



☞ Προφανώς τα σώματα θα εκτελέσουν α.α.τ. με πλάτος Α = Δx = 0,4 m.

☞ Τη χρονική στιγμή t = 0 οι απομακρύνσεις τους είναι: $x_1 = +A$ και $x_2 = -A$. Άρα οι αρχικές τους φάσεις θα είναι $\varphi_1 = \pi/2$ και $\varphi_2 = 3\pi/2$.

☞ Και οι γωνιακές συχνότητες της ταλάντωσης είναι:

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{k_1}{m_1}} = \sqrt{\frac{9}{1}} = 3\,rad/s \text{ και}$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{k_2}{m_2}} = \sqrt{\frac{32}{2}} = 4\,rad/s$$

☞ Άρα οι χρονικές εξισώσεις των απομακρύνσεων είναι:

$\boldsymbol{x_1 = 0,4\eta\mu(3t+\pi/2)}$ και $\boldsymbol{x_2 = 0,4\eta\mu(4t+3\pi/2)}$ (S.I.)

☞ Τη στιγμή της σύγκρουσης προφανώς θα ισχύει: $\boldsymbol{x_1 = x_2}$.

Οπότε: ημ(3t+π/2) = ημ(4t+3π/2)

Έχουμε 2 περιπτώσεις

α) $4t + 3\pi/2 = 2\kappa\pi + 3t + \pi/2 \Leftrightarrow t = (2k-1)\pi$ και για k = 1: $\boldsymbol{t = \pi\ s}$

β) $4t' + 3\pi/2 = 2\kappa\pi + \pi - 3t' - \pi/2 \Leftrightarrow t' = \frac{(2k-1)\pi}{7}$ και για k = 1: $\boldsymbol{t' = \pi/7\ s}$

☞ Οπότε προφανώς θα συγκρουστούν τη χρονική στιγμή: $t' = \frac{\pi}{7}s$

(Επαλήθευση: Η περίοδος του 1ου είναι $T_1 = 2\pi/3$ s και του 2ου $T_2 = 2\pi/4$ s. Συνεπώς το «αργό» θα περάσει από τη Θ.Ι. μετά από $T_1/4 = \pi/6$ s, ενώ το «γρήγορο» σε $T_2/4 = \pi/8$ s. Η λύση που βρήκαμε είναι ανάμεσα στις δύο τιμές. Δηλαδή λίγο πριν το πέρασμα του «αργού» και λίγο μετά το πέρασμα του «γρήγορου».)

☞ Άρα θα συναντηθούν στη θέση: $x = 0,4\eta\mu\left(3\frac{\pi}{7} + \frac{\pi}{2}\right) = 0,4\eta\mu\left(\frac{13\pi}{14}\right) = 0,4 \cdot 0,05 = 0,02m$

Ή αλλιώς: ***2 cm από τη Θ.Ι. προς τη μεριά του (1) ελατηρίου***