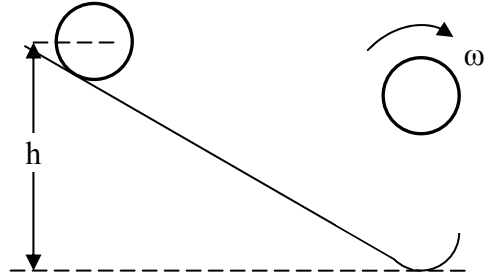


Περιστρέφεται ανερχόμενος

Απρίλιος 2007

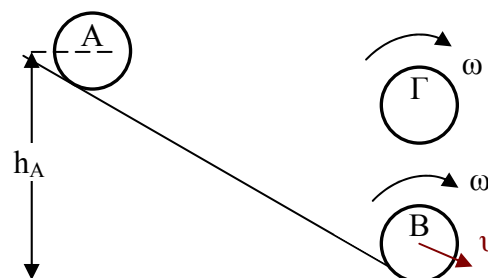
Ομογενής δίσκος ακτίνας $R = 20 \text{ cm}$ αφήνεται να κυλήσει πάνω σε πλάγιο επίπεδο. Στο κατώτερο μέρος του το επίπεδο φέρει τόξο το οποίο οδηγεί το δίσκο σε κατακόρυφη προς τα πάνω κίνηση. Αν στο ανώτερο σημείο της κατακόρυφης τροχιάς του ο δίσκος περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα $\omega = 10 \text{ rad/s}$, πόσο είναι το ύψος h από το οποίο ξεκίνησε τη κίνηση του;



Δίνεται α) ότι η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς άξονα περιστροφής κάθετο σ' αυτήν και διερχόμενο από το κέντρο του είναι $I_{cm} = \frac{1}{2}mR^2$, όπου m η μάζα του δίσκου και R η ακτίνα του και β) $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Η λύση στην επόμενη σελίδα.

ΛΥΣΗ



Κατά τη διάρκεια της ανόδου του ο δίσκος διατηρεί τη στροφοική του κίνηση, ενώ χάνει τη μεταφορική του κίνηση. Άρα στο κατώτερο σημείο B θα έχουμε: $v = \omega R$ (λόγω της κύλισης).

Συνεπώς η κινητική ενέργεια λόγω στροφοική κίνησης που αποκτά ο δίσκος είναι:

$$K_{\text{στρ}} = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} m R^2 \omega^2 \Rightarrow K_{\text{στρ}} = \frac{1}{4} m R^2 \omega^2. \quad (I)$$

Ομοίως η κινητική ενέργεια λόγω μεταφορικής κίνησης που θα έχει στο B θα είναι:

$$K_{\text{μετ}} = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m R^2 \omega^2. \quad (II)$$

Από τις (I) και (II) $\Rightarrow K = \frac{3}{4} m R^2 \omega^2$.

Εφαρμόζοντας Αρχή Διατήρησης Μηχανικής Ενέργειας από το A στο B έχουμε:

$$\begin{aligned} U_A &= K_B \Rightarrow \\ mgh &= \frac{3}{4} m R^2 \omega^2 \Rightarrow \\ h &= \frac{3R^2 \omega^2}{4g} = \frac{3 \cdot 4 \cdot 10^{-2} \cdot 10^2}{4 \cdot 10} = 0,3m \end{aligned}$$

$$\text{Τελικά } h_A = h + R \Rightarrow h_A = 50 \text{ cm}$$