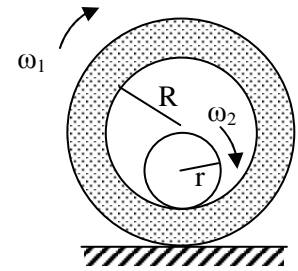


Κύλιση μέσα στην κύλιση**

Φεβρουάριος 2008

Ένας κύλινδρος κυλά σε λείο οριζόντιο επίπεδο με γωνιακή ταχύτητα ω_1 . Στο εσωτερικό του υπάρχει κυλινδρικό κοίλωμα ακτίνας R μέσα στο οποίο κυλά άλλος μικρότερος κύλινδρος ακτίνας r (σχήμα). Να υπολογίσετε πόση γωνιακή ταχύτητα πρέπει να έχει ο μικρός κύλινδρος, ώστε το κέντρο περιστροφής του να παραμένει συνεχώς κάτω από το κέντρο περιστροφής του μεγαλύτερου. Ο υπολογισμός να γίνει α) με σύστημα αναφοράς έναν ακίνητο παρατηρητή β) με σύστημα αναφοράς έναν παρατηρητή που κινείται με ταχύτητα ίση με την μεταφορική ταχύτητα των κυλίνδρων.
Η ακτίνα του μεγάλου κυλίνδρου δεν δίνεται.



Η λύση στην επόμενη σελίδα

ΛΥΣΗ

α) Για ακίνητο παρατηρητή

☞ Εφόσον το ένα κέντρο περιστροφής είναι κάτω από το άλλο, προφανώς: $v_{cm1} = v_{cm2}$ **(I)**

☞ Αν ονομάσουμε A το σημείο επαφής των δύο κυλίνδρων (σχήμα), η ταχύτητα που θα έχει θα είναι:

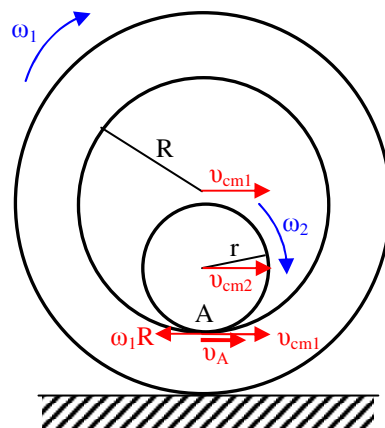
$v_A = v_{cm1} - \omega_1 R$ (λόγω της επαλληλίας μεταφορικής και στροφικής κίνησης).

Οπότε $v_{cm1} = v_A + \omega_1 R$ **(II)**

☞ Αν το σημείο επαφής A του μικρού κυλίνδρου ήταν ακίνητο, θα είχαμε: $v_{cm2} = \omega_2 r$ (συνθήκη κύλισης). Όμως στη συγκεκριμένη περίπτωση το A κινείται προς τα εμπρός με ταχύτητα v_A . Οπότε η ταχύτητα του κέντρου θα είναι: $v_{cm2} = v_A + \omega_2 r$ **(III)**

Από **(I)**, **(II)** και **(III)** $\Rightarrow v_A + \omega_2 r = v_A + \omega_1 R \Rightarrow$

$$\boxed{\omega_2 = \omega_1 \frac{R}{r}}$$



β) Για κινούμενο παρατηρητή με ταχύτητα v_{cm}

☞ Σ' αυτή τη περίπτωση τα πράγματα είναι πολύ πιο απλά, γιατί ο παρατηρητής (αφού κινείται μαζί με τους κυλίνδρους) τους βλέπει συνεχώς ακίνητους. Οπότε: $v_{cm1} = v_{cm2} = 0$.

☞ Για να κυλά κανονικά ο μικρός κύλινδρος μέσα στον μεγάλο, θα πρέπει η γραμμική ταχύτητα του εξωτερικού σημείο A του μικρού κυλίνδρου, να είναι ίση με τη γραμμική ταχύτητα του εσωτερικού σημείου B του κυλινδρικού τοιχώματος: $v_A = v_B$.

Οπότε: $\omega_2 r = \omega_1 R \Rightarrow$

$$\boxed{\omega_2 = \omega_1 \frac{R}{r}}$$

