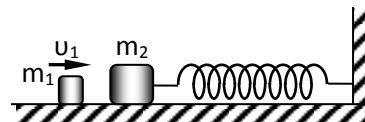


Ποιος ο λόγος για να ΜΗΝ ξανασυναντηθούν;***

Καλοκαίρι 2016

Σώμα μάζας m_1 κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο και συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με άλλο ακίνητο σώμα μάζας m_2 το οποίο είναι πιασμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ελατηρίου. Αν το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι πακτωμένο σε ακίνητο σημείο, να αποδείξετε ότι η αναγκαία και ικανή συνθήκη για να ΜΗΝ ξανασυναντηθούν τα δύο σώματα μετά τη κρούση είναι ο λόγος των μαζών τους να



ικανοποιεί τη σχέση: $\frac{m_2}{m_1} \geq 1 + \frac{4}{3\pi}$ ανεξάρτητα από τη σταθερά του ελατηρίου.

(Θεωρήστε τα σώματα σαν υλικά σημεία).

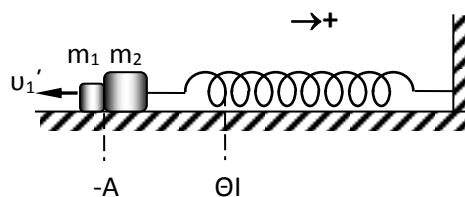
Η λύση στην επόμενη σελίδα

ΛΥΣΗ

Έστω θετική η αρχική φορά της ταχύτητας του m_1 και έστω v_1' και v_2' οι ταχύτητες των δύο σωμάτων μετά την ελαστική κρούση.

Σύμφωνα με τη θεωρία θα ισχύει:

$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 \text{ και } v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 \quad (I)$$



Μετά τη κρούση:

☞ **το m_2 θα εκτελέσει α.α.τ.**

γωνιακής συχνότητας $\omega = \sqrt{\frac{k}{m_2}}$ (k : η σταθερά του ελατηρίου)

και πλάτους A για το οποίο θα ισχύει: $v_2' = \omega A \Leftrightarrow A = \frac{v_2'}{\omega} \Leftrightarrow A = v_2' \sqrt{\frac{m_2}{k}} \quad (II)$

☞ **το m_1 θα εκτελέσει ευθύγραμμη ομαλή κίνηση** με κατεύθυνση προφανώς προς τα πίσω, για να μην ξανασυναντηθεί με το m_2 .

Για να μην ξανασυναντηθούν τα δύο σώματα θα πρέπει όταν το m_2 φτάνει στη θέση $-A$ της ταλάντωσης του (τέρμα αριστερά), το άλλο σώμα (m_1), να έχει βρεθεί αριστερότερα από τη συγκεκριμένη θέση. Συνεπώς η ταχύτητα που θα έχει αποκτήσει το m_1 μετά τη κρούση, θα πρέπει να ικανοποιεί τη σχέση:

$$|v_1'| \Delta t \geq A \text{ ή } |v_1'| \geq \frac{A}{\Delta t} \quad (III)$$

(όπου Δt : το χρονικό διάστημα από τη κρούση μέχρι τότε που το m_2 βρίσκεται στη θέση $-A$)

Όμως, προφανώς: $\Delta t = \frac{3T}{4} = \frac{3\pi}{2} \sqrt{\frac{m_2}{k}} \quad (IV)$

Οπότε αντικαθιστώντας στην (III) από τις (II) και (IV) έχουμε:

$$|v_1'| \geq \frac{v_2' \sqrt{\frac{m_2}{k}}}{\frac{3\pi}{2} \sqrt{\frac{m_2}{k}}} \Leftrightarrow |v_1'| \geq \frac{2v_2'}{3\pi} \text{ και επειδή η } v_1' \text{ είναι αρνητική: } v_1' \leq -\frac{2v_2'}{3\pi} \quad (V)$$

Αν λοιπόν αντικαταστήσουμε στις (I) σχέσεις θα έχουμε:

$$\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 \leq -\frac{2}{3\pi} \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 \Leftrightarrow$$

$$m_1 - m_2 \leq -\frac{4m_1}{3\pi} \Leftrightarrow$$

$$1 - \frac{m_2}{m_1} \leq -\frac{4}{3\pi} \Leftrightarrow$$

$$\boxed{\frac{m_2}{m_1} \geq 1 + \frac{4}{3\pi}}$$