

Modify working capacitor

Νοέμβριος 2005

Ηλεκτρικό κύκλωμα αποτελείται από πυκνωτή με χωρητικότητα C , ιδανικό πηνίο με συντελεστή αυτεπαγωγής $L = 2 \text{ mH}$ και διακόπτη Δ . Η ωμική αντίσταση του κυκλώματος θεωρείται αμελητέα. Αρχικά ο διακόπτης Δ είναι ανοικτός και ο πυκνωτής πλήρως φορτισμένος. Όταν ο διακόπτης κλείνει, το κύκλωμα εκτελεί αμείωτη ηλεκτρική ταλάντωση με περίοδο $T = 40\pi \text{ ms}$. Η ολική ενέργεια του κυκλώματος είναι $E = 4 \text{ mJ}$.

Καθώς το κύκλωμα εκτελεί ταλαντώσεις, χρησιμοποιώντας μονωτικά γάντια αυξάνουμε ακαριαία την απόσταση μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή, με αντίστοιχη δαπάνη ενέργεια $W = 5 \text{ mJ}$.

- α) Πόση είναι η νέα τιμή της μέγιστης έντασης του ρεύματος στο κύκλωμα;
- β) Αν η αρχική απόσταση των οπλισμών του πυκνωτή ήταν 4 mm , πόσο απομακρύναμε τους οπλισμούς;
- γ) Πόσες παραπάνω ταλαντώσεις σε κάθε δευτερόλεπτο θα κάνει το νέο κύκλωμα σε σχέση με το αρχικό;

Η λύση στην επόμενη σελίδα

ΛΥΣΗ

Από την τιμή της αρχικής περιόδου υπολογίζουμε τη χωρητικότητα του πυκνωτή:

$$T = 2\pi\sqrt{LC} \Rightarrow C = 2 \cdot 10^{-1} \text{ F}$$

Οπότε επειδή $U_{\text{Emax}} = \frac{1}{2}Q^2/C$, βρίσκουμε το μέγιστο φορτίου του πυκνωτή: $Q = 4 \cdot 10^{-4} \text{ C}$

Η ενέργεια που δαπανήθηκε αυξάνει την ενέργεια ταλάντωσης του κυκλώματος. Άρα η νέα ενέργεια ταλάντωσης είναι $E' = E + W = 5 \text{ mJ}$.

α) Στο νέο κύκλωμα αφού $U_{\text{Bmax}'} = E'$ υπολογίζουμε την τελική μέγιστη ένταση (I'):
 $\frac{1}{2}LI'^2 = E' \Rightarrow I' = 3 \text{ A}$.

β) Αυτό που αλλάζει με τη μετακίνηση των οπλισμών του πυκνωτή είναι η χωρητικότητα του (C'), ενώ το φορτίο του παραμένει σταθερό.

Συνεπώς αφού στο νέο κύκλωμα θα έχουμε $U_{\text{Emax}'} = E' \Rightarrow \frac{1}{2}Q^2/C' = E' \Rightarrow C' = \frac{8}{9}10^{-1} \text{ F}$

Όμως η σχέση που συνδέει τη χωρητικότητα με τα γεωμετρικά του πυκνωτή είναι:

$C = \epsilon\epsilon_0 \frac{S}{l}$. Άρα η σχέση ανάμεσα στις δύο τιμές της χωρητικότητας θα είναι:

$$\frac{C'}{C} = \frac{l}{l'} \Rightarrow l' = 9 \text{ mm}$$

Οπότε η μετακίνηση των οπλισμών είναι $\Delta l = l' - l = 5 \text{ mm}$.

γ) Έχουμε $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow \omega = 50 \text{ rad/s}$. Ομοίως: $\omega' = \frac{1}{\sqrt{LC'}} \Rightarrow \omega' = 75 \text{ rad/s}$

Οπότε αφού $f = \omega/2\pi$ και $f' = \omega'/2\pi \Rightarrow \Delta f = \Delta\omega/2\pi \Rightarrow \Delta f = 25/\pi \text{ Hz} \approx 4 \text{ Hz}$