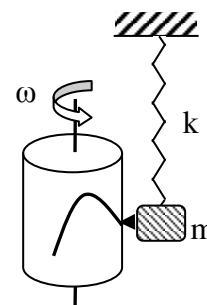


## Μαγική ζυγαριά\*\*

Ιανουάριος 2008

Ο Χάρρυ Πότερ και η παρέα του αποφάσισαν να φτιάξουν μια μαγική ζυγαριά. Για τον σκοπό αυτό κρεμούσαν το σώμα, του οποίου ήθελαν να μετρήσουν την μάζα, από ένα κατακόρυφο ελατήριο γνωστής σταθεράς  $k$  και του πρόσθεταν μια γραφίδα. Όταν το σώμα ταλαντωνόταν, η γραφίδα ακουμπούσε στην χάρτινη πλευρική επιφάνεια ενός κυλίνδρου, ο οποίος μπορούσε να περιστραφεί με σταθερή και γνωστή γωνιακή ταχύτητα  $\omega$ . Σύμφωνα με τους «μαγικούς» υπολογισμούς τους, αν μεταβάλλουμε την συχνότητα  $\omega$  του κυλίνδρου, μπορούμε να πετύχουμε η γραφίδα να αφήνει σε κάθε περιστροφή του κυλίνδρου το ίδιο ίχνος πάνω του. Πίστευαν λοιπόν ότι αρκεί κανείς να ξέρει τις τιμές των  $\omega$  (του κυλίνδρου) και  $k$  (του ελατηρίου) για να βρει την άγνωστη μάζα. Τελικά αποδείχτηκε ότι υπήρχε μια απροσδιοριστία στη μέθοδο τους και ότι χρειαζόταν να μετρηθεί και κάτι άλλο πάνω στο χαρτί του κυλίνδρου. Ποιο ήταν αυτό που έπρεπε να μετρήσουν και από ποια μαθηματική σχέση υπολογίζεται η άγνωστη μάζα;



Η λύση στην επόμενη σελίδα

## ΛΥΣΗ

☞ Έστω  $T_1$  η περίοδος με την οποία περιστρέφεται ο κύλινδρος και  $T_2$  η περίοδος με την οποία ταλαντώνεται το σώμα. Για ν' αφήνει η γραφίδα το ίδιο ίχνος πάνω στο χαρτί σε κάθε περιστροφή του κυλίνδρου, θα πρέπει η περίοδος περιστροφής του κυλίνδρου να είναι ακέραιο πολλαπλάσιο της περιόδου ταλάντωσης του σώματος:  $T_1 = N \cdot T_2$ .

Π.χ. Αν  $N = 1$  σημαίνει ότι σε κάθε περιστροφή του κυλίνδρου το σώμα κάνει μια πλήρη ταλάντωση και η γραφίδα περνά από το ίδιο σημείο πάνω στο χαρτί.

Αν  $N = 2$ , σημαίνει ότι σε κάθε περιστροφή του κυλίνδρου το σώμα κάνει δύο πλήρεις ταλαντώσεις και μετά περνά από το ίδιο σημείο.

Αν  $N = 3$  θα κάνει σε κάθε περιστροφή, κάνει 3 ταλαντώσεις κ.λπ.

☞ Όμως:  $T_1 = \frac{2\pi}{\omega}$  και  $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$  οπότε αν αντικαταστήσουμε:

$$\frac{2\pi}{\omega} = N \cdot 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow$$
$$m = \frac{k}{\omega^2 N^2}$$

☞ Συνεπώς αυτό που χρειάζεται να μετρηθεί είναι ο αριθμός των κορυφών που αφήνει η γραφίδα πάνω στο χαρτί, για να ξέρουμε το  $N$  της μαθηματικής σχέσης.