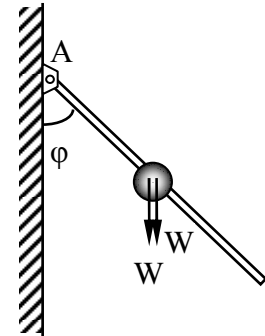
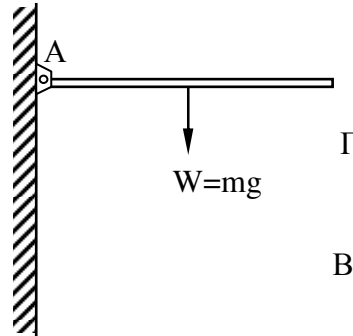


«Ίδια γωνιακή επιτάχυνση με ή χωρίς το σώμα.»*

Μάιος 2012

Ομογενής ράβδος μήκους ℓ και μάζας m μπορεί να περιστραφεί χωρίς τριβές σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από το άκρο της A . Κατά αρχάς αφήνουμε τη ράβδο από την οριζόντια θέση να κινηθεί ελεύθερα με αποτέλεσμα η αρχική της γωνιακή επιτάχυνση να είναι $\alpha_{\gamma\omega\nu}$. Κατόπιν προσθέτουμε



στη μέση της ράβδου σώμα μάζας m (ίσο δηλαδή με τη μάζα της ράβδου). Να βρείτε το ημίτονο της γωνίας φ που πρέπει να σχηματίζει με την κατακόρυφο η ράβδος, ώστε αν την αφήσουμε ελεύθερη, να αποκτήσει γωνιακή επιτάχυνση $\alpha_{\gamma\omega\nu}$ ίση με αυτήν της προηγούμενης περίπτωσης.

Δίνεται ότι η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα που είναι κάθετος σ'

αυτήν και περνά από το ένα άκρο της είναι $I_A = \frac{1}{3}m\ell^2$.

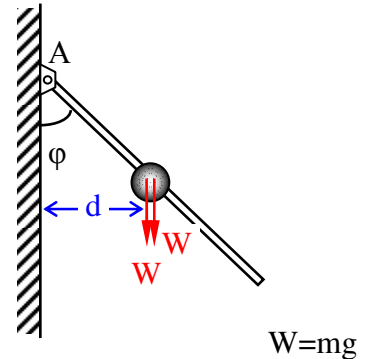
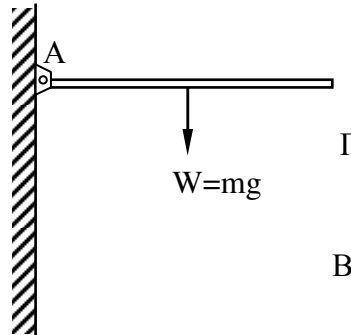
Η μάζα και το μήκος της ράβδου καθώς και η επιτάχυνση της βαρύτητας $\delta\epsilon\nu$ δίνονται.

Η λύση στην επόμενη σελίδα

ΛΥΣΗ

☞ Όταν αφήνουμε μόνη της τη ράβδο από την οριζόντια θέση:

$$\begin{aligned} \sum \tau &= I a_{\gamma\omega\nu} \Leftrightarrow \\ a_{\gamma\omega\nu} &= \frac{mg \frac{\ell}{2}}{\frac{1}{3} m \ell^2} \Leftrightarrow \\ a_{\gamma\omega\nu} &= \frac{3g}{2\ell} \quad \text{(I)} \end{aligned}$$



☞ Όταν αφήνουμε μόνη της τη ράβδο από την οριζόντια θέση:
 Η ροπή αδράνειας του συστήματος ράβδος – σώμα γίνεται:

$$I' = \frac{1}{3} m \ell^2 + m \left(\frac{\ell}{2} \right)^2 = \frac{1}{3} m \ell^2 + \frac{1}{4} m \ell^2 = \frac{7}{12} m \ell^2$$

$$\text{Οπότε: } \sum \tau' = I' a_{\gamma\omega\nu} \Leftrightarrow$$

$$a_{\gamma\omega\nu} = \frac{mgd + mgd}{\frac{7}{12} m \ell^2} \Leftrightarrow$$

$$a_{\gamma\omega\nu} = \frac{2mgd}{\frac{7}{12} m \ell^2} \Leftrightarrow$$

$$a_{\gamma\omega\nu} = \frac{2mg \frac{\ell}{2} \eta\mu\varphi}{\frac{7}{12} m \ell^2} \Leftrightarrow$$

$$a_{\gamma\omega\nu} = \frac{12g \eta\mu\varphi}{7\ell} \quad \text{(II)}$$

☞ Από τις (I) και (II) έχουμε:

$$\frac{3g}{2\ell} = \frac{12g \eta\mu\varphi}{7\ell} \Leftrightarrow$$

$$\boxed{\eta\mu\varphi = \frac{7}{8}}$$