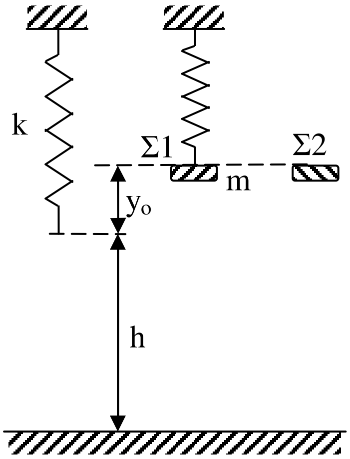
Πλατάκης Φίλιππος - Φυσικός
fil_platakis@yahoo.gr

«Πόσο βοήθησε το σπρώξιμο;»***

Οκτώβριος 2010



Ελατήριο σταθεράς k = 100 N/m είναι αναρτημένο από σταθερό σημείο στο ταβάνι, ενώ το κατώτερο άκρο του είναι ελεύθερο και απέχει h = 2 m από το έδαφος. Φέρουμε ένα σώμα Σ1 μάζας m = 4 Kg στο κάτω άκρο του ελατηρίου και το μετατοπίζουμε προς τα πάνω κατά y_0 = 0,1 m. Δίπλα από το παραπάνω σώμα και στο ίδιο ύψος φέρουμε ένα δεύτερο σώμα Σ2. Τη χρονική στιγμή t = 0 αφήνουμε ταυτόχρονα τα δύο σώματα να κινηθούν προς τα κάτω. Να αποδείξετε ότι το Σ1 θα φτάσει στο έδαφος 0,02 s πιο γρήγορα από το Σ2.

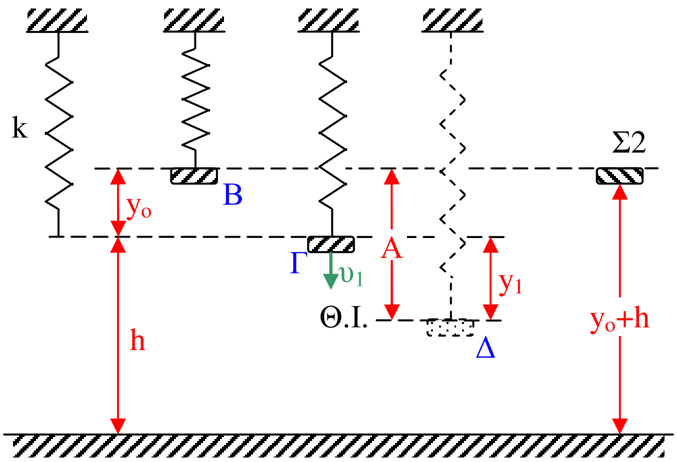
Θεωρείστε ότι α) δεν υπάρχουν τριβές β) g = 10 m/s^2 και γ) τα σώματα είναι υλικά σημεία (οι διαστάσεις τους είναι αμελητέες σε σχέση με τις αποστάσεις που διαγράφουν).

Δίνονται $0,648^2$= 0,42, ημ2,21(rad)=0,8 και π = 3,14.

Η λύση στην επόμενη σελίδα

Πλατάκης Φίλιππος - Φυσικός
fil_platakis@yahoo.gr

ΛΥΣΗ



Φ Το σώμα Σ1 θα εκτελέσει α.α.τ. μέχρι το σημείο που θα αποχωριστεί από το ελατήριο. Αυτό θα συμβεί όταν το ελατήριο αποκτήσει το φυσικό του μήκος, δηλαδή στο σημείο Γ, οπότε το ελατήριο δεν θα πιέζει πλέον το Σ1 και αυτό θα κινηθεί μόνο με την επίδραση του βάρους του.

Φ Η α.α.τ. που ξεκινά το Σ1 στο σημείο Β, έχει πλάτος Α ίση με την απόσταση ΒΔ όπου Δ η Θέση ισορροπίας (Θ.Ι.) του συστήματος. Αν y_1 η απόσταση της Θ.Ι. από το φυσικό μήκος θα έχουμε:

$$\text{(κατά μέτρο) } ky_1 = mg \Leftrightarrow$$

$$y_1 = \frac{mg}{k} = \frac{4 \cdot 10}{100} = 0{,}4m$$

Φ Συνεπώς η ταλάντωσης που πάει να εκτελέσει το Σ1 έχει πλάτος: $A = y_1 + y_0 = 0{,}5\ m$.

$$\text{και γωνιακή συχνότητα: } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{100}{4}} = 5\,rad/s$$

Φ Οπότε αν θεωρήσουμε ότι για t = 0 έχουμε y = +A (στην πάνω θέση) η εξίσωση της απομάκρυνσης είναι: $y = A\,\eta\mu(\omega t + \varphi_0) = 0{,}5\eta\mu\left(5t + \frac{\pi}{2}\right)$ (S.I.) (προφανώς υπάρχει αρχική φάση)

Φ Έστω t_{11} ο χρόνος που χρειάζεται να φτάσει στην απομάκρυνση y_1= 0,4 m…

$$0{,}4 = 0{,}5\eta\mu\left(5t_{11} + \frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow \eta\mu\left(5t_{11} + \frac{\pi}{2}\right) = 0{,}8 \Leftrightarrow 5t_{11} + \frac{\pi}{2} = 2{,}21 \Leftrightarrow 5t_{11} = 2{,}21 - 1{,}57 \Leftrightarrow t_{11} = 0{,}128s\ \textit{(I)}$$

Το μέτρο της ταχύτητας που θα έχει αποκτήσει στο σημείο Γ είναι:

$$|\upsilon_1| = \omega\sqrt{A^2 - y_1^2} = 5\sqrt{0{,}5^2 - 0{,}4^2} = 1{,}5m/s$$

Φ Έστω t_{12} ο χρόνος από το σημείο Γ μέχρι το Δ (έδαφος).

Η κίνηση που εκτελεί είναι ομαλά επιταχυνόμενη με επιτάχυνση g και αρχική ταχύτητα $υ_1$,

οπότε: $h = \upsilon_1 t_{12} + \frac{1}{2}g t_{12}^{\ 2} \Leftrightarrow 5t_{12}^{\ 2} + 1{,}5t_{12} - 2 = 0 \Leftrightarrow 10t_{12}^{\ 2} + 3t_{12} - 4 = 0 \Leftrightarrow t_{12} = 0{,}5s$ ***(II)***

Από τις ***(I)*** και ***(II)*** έχουμε $t_1 = t_{11} + t_{12}$ = 0,128 s + 0,5 s ⇔ ***t_1 = 0,628 s*** ***(III)***

Φ Έστω t_2 ο χρόνος που χρειάζεται το Σ2 για να φτάσει στο έδαφος.

Η κίνηση του είναι ελεύθερη πτώση, οπότε:

$$h + y_0 = \frac{1}{2}g t_2^2 \Leftrightarrow t_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot 2{,}1}{10}} = \sqrt{0{,}42} \Leftrightarrow \boldsymbol{t_2 = 0{,}648\ s}\ \textit{(IV)}$$

Οπότε από τις ***(III)*** και ***(IV)*** έχουμε: Δt = 0,648 – 0,628 ⇔

Πλατάκης Φίλιππος - Φυσικός
fil_platakis@yahoo.gr

$$\boxed{\Delta t = 0{,}02s}$$