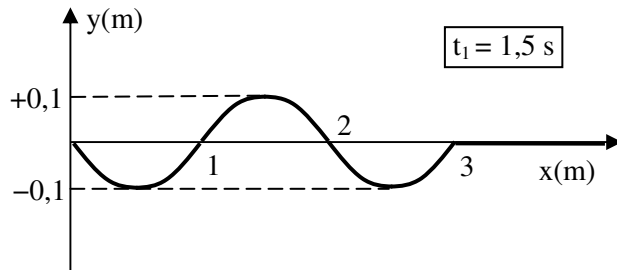


«Βρες την ταχύτητα από το στιγμιότυπο»**

Δεκέμβριος 2009

Κατά μήκος μιας χορδής διαδίδεται αρμονικό κύμα του οποίου το στιγμιότυπο τη χρονική στιγμή $t_1 = 1,5 \text{ s}$ φαίνεται στο σχήμα. Να βρεθεί η ταχύτητα που θα έχει ένα σημείο M το οποίο βρίσκεται στη θέση $x_M = 4 \text{ m}$ τη χρονική στιγμή $t_2 = 3 \text{ s}$.

Θεωρείστε ότι η πηγή του κύματος βρίσκεται στη θέση $x_0 = 0$ και ότι άρχισε την ταλάντωση της τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$.



Η λύση στην επόμενη σελίδα

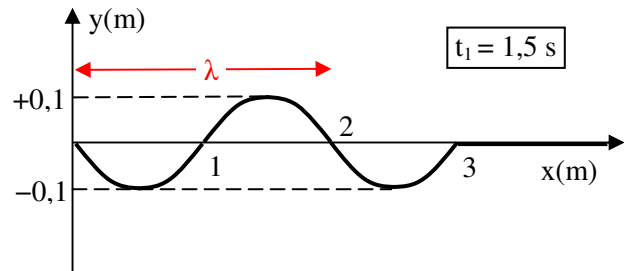
ΛΥΣΗ

☞ Από τα δεδομένα του στιγμιότυπου έχουμε:

$$\text{Ταχύτητα διάδοσης: } \nu = \frac{3}{1,5} = 2 \text{ m/s}$$

$$\text{Μήκος κύματος: } \lambda = 2 \text{ m}$$

$$\text{Οπότε: } \lambda = \nu T \Leftrightarrow T = \frac{\lambda}{\nu} = \frac{2}{2} = 1 \text{ s}$$



☞ Από τη μορφή του στιγμιότυπου φαίνεται ότι τη στιγμή $t_0 = 0$ η πηγή ($x_0 = 0$) αρχίζει να κινείται «προς τα κάτω». Δηλαδή βρίσκεται στη θέση ισορροπίας της και έχει αρνητική ταχύτητα. Συνεπώς η εξίσωση της απομάκρυνσης της πηγής θα έχει αρχική φάση φ_0 την οποία πρέπει να υπολογίσουμε.

Οι εξισώσεις απομάκρυνσης και ταχύτητας της πηγής θα είναι:

$$y_0 = A \eta \mu \left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi_0 \right) \text{ ή } y_0 = 0,1 \eta \mu (2\pi t + \varphi_0)$$

$$v_0 = \frac{2\pi}{T} A \sigma \upsilon \nu \left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi_0 \right) \text{ ή } v_0 = 0,2 \pi \sigma \upsilon \nu (2\pi t + \varphi_0)$$

Για $t_0 = 0$ έχουμε $x_0 = 0$ και $v = -v_{\max}$. Οπότε: $0 = 0,1 \eta \mu \varphi_0 \Leftrightarrow \eta \mu \varphi_0 = 0$ (I)

$$-v_{\max} = 0,2 \pi \sigma \upsilon \nu \varphi_0 \Leftrightarrow \sigma \upsilon \nu \varphi_0 = -1$$
 (II)

Από (I) και (II) προκύπτει: $\varphi_0 = \pi$.

☞ Συνεπώς η εξίσωση του κύματος είναι:

$$y = A \eta \mu \left(\frac{2\pi}{T} t - \frac{2\pi x}{\lambda} + \varphi_0 \right) \text{ ή (με αντικατάσταση)}$$

$$y = 0,1 \eta \mu (2\pi t - \pi x + \pi) \text{ (S.I.)}$$

Οπότε η εξίσωση της ταχύτητας είναι: $v = 0,2 \pi \sigma \upsilon \nu (2\pi t - \pi x + \pi)$ (S.I.)

☞ Με αντικατάσταση για $x = x_M = 4 \text{ m}$ και $t = t_2 = 3 \text{ s}$ έχουμε:

$$v_M = 0,2 \pi \sigma \upsilon \nu (2\pi \cdot 3 - \pi \cdot 4 + \pi) \Leftrightarrow$$

$$v_M = 0,2 \pi \sigma \upsilon \nu (3\pi) \Leftrightarrow$$

$$\boxed{v_M = -0,2 \pi \text{ m/s}}$$