

«Βρες τις ακτίνες του τρακτέρ»**

Μάρτιος 2011

Ο κυρ Βαγγέλης παινεύει στο κυρ Γιώργη το νέο τρακτέρ που αγόρασε (πρίν το 2010 βέβαια). «Είναι τόσο μεγάλο, ώστε χρειάζεται να προχωρήσει κατά 15 m για να κάνουν οι μπροστινές ρόδες του μια παραπάνω περιστροφή σε σχέση με τις πίσω». «Αυτό δε φτάνει για να καταλάβω πόσο μεγάλο είναι» του απαντά ο κυρ Γιώργης. «Ωραία λοιπόν», του λέει ο κυρ Βαγγέλης, «το ανώτερο σημείο του μπροστινού τροχού έχει 50% μεγαλύτερη ταχύτητα από το αντίστοιχο σημείο του πίσω τροχού που απέχει το ίδιο ύψος από το έδαφος και βρίσκεται στην ίδια κατακόρυφο με το κέντρο μάζας του». «Τώρα μάλιστα,» απαντά ο κυρ. Γιώργης «κατάλαβα(!) πόσο μεγάλο είναι». Εσείς καταλάβατε πόσο μεγάλες είναι οι ακτίνες των τροχών του τρακτέρ;

Η λύση στην επόμενη σελίδα

ΛΥΣΗ

☞ Έστω R_1 η ακτίνα του πίσω τροχού και R_2 η ακτίνα του μπροστινού ($R_1 > R_2$).
Όταν διανύει απόσταση $s = 15 \text{ m}$ οι περιστροφές που κάνει ο κάθε τροχός είναι:

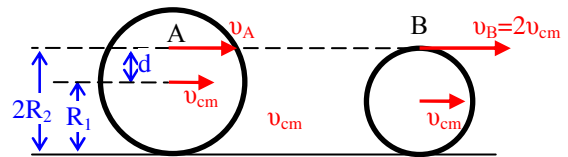
$N_1 = \frac{s}{2\pi R_1}$ ο μεγάλος και $N_2 = \frac{s}{2\pi R_2}$ ο μικρός. Και αφού $N_2 = N_1 + 1$ έχουμε:

$$\frac{s}{2\pi R_2} = \frac{s}{2\pi R_1} + 1 \quad (I)$$

☞ Ξέρουμε ότι οι δύο τροχοί έχουν την ίδια ταχύτητα οπότε: $v_{cm} = \omega_1 R_1 = \omega_2 R_2$ (II)

☞ Το άλλο στοιχείο που μας δίνεται είναι ότι:

$$v_B = 1,5v_A \quad (III) \text{ (σχήμα).}$$



Όμως: $v_B = 2v_{cm} = 2\omega_2 R_2$ και

$$v_A = \omega_1 d + v_{cm} = \omega_1 (2R_2 - R_1) + v_{cm} = 2\omega_1 R_2 - \omega_1 R_1 + v_{cm} = 2\omega_1 R_2 \quad (IV)$$

☞ Από τις (III) και (IV) έχουμε:

$$\frac{v_B}{v_A} = 1,5 \Leftrightarrow$$

$$\frac{2\omega_2 R_2}{2\omega_1 R_2} = 1,5 \Leftrightarrow$$

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = 1,5 \Leftrightarrow \text{(μέσω (II))}$$

$$\frac{R_1}{R_2} = 1,5 \Leftrightarrow$$

$$R_1 = 1,5R_2 \quad (V)$$

☞ Οπότε από την (I) έχουμε: $\frac{15}{2\pi R_2} = \frac{15}{2\pi \cdot 1,5R_2} + 1 \Leftrightarrow$

$$\frac{15}{2\pi R_2} = \frac{10}{2\pi R_2} + 1 \Leftrightarrow$$

$$\frac{5}{2\pi R_2} = 1 \Leftrightarrow$$

$$R_2 = \frac{2,5}{\pi} \text{ m} \cong 0,8 \text{ m}$$

☞ Και από την (V) καταλήγουμε: $R_1 = \frac{3,75}{\pi} \cong 1,2 \text{ m}$