

«Βρες το αργό»**

Οκτώβριος 2009

Στα άκρα δύο κατακόρυφων ελατηρίων κρεμάμε 2 σώματα μικρών διαστάσεων και ίσης μάζας $m = 9 \text{ Kg}$. Εκτρέπουμε και τα δύο σώματα κατά ίση απόσταση από τις θέσεις ισορροπίας τους και τ' αφήνουμε ταυτόχρονα να ταλαντωθούν. Το σώμα που συνδέεται με το «γρηγορότερο» ελατήριο περνά από τη θέση ισορροπίας με ταχύτητα κατά 5% μεγαλύτερη από την αντίστοιχη ταχύτητα του άλλου σώματος όταν περνά εκείνο από τη δική του θέση ισορροπίας. Αν μέσα σε 1 min τα δύο ελατήρια βρεθούν πάλι στην ίδια ακραία θέση, αλλά με το «γρηγορότερο» να έχει εκτελέσει μια (1) παραπάνω ταλάντωση, να βρεθεί η σταθερά του «αργού» ελατηρίου.

Θεωρείστε α) ότι τα σώματα εκτελούν αμείωτη α.α.τ. β) ότι $\pi^2 \approx 10$.

Η λύση στην επόμενη σελίδα

ΛΥΣΗ

☞ Έστω (1) το «γρήγορο» και (2) το «αργό» ελατήριο.

Εφόσον η μέγιστη ταχύτητα του (1) είναι κατά 5% μεγαλύτερη από μέγιστη ταχύτητα του (2) θα έχουμε:

$$v_{\max 1} = 1,05 \cdot v_{\max 2} \Leftrightarrow \frac{v_{\max 1}}{v_{\max 2}} = 1,05 \Leftrightarrow \frac{\omega_1 A}{\omega_2 A} = 1,05 \Leftrightarrow \frac{\frac{2\pi}{T_1}}{\frac{2\pi}{T_2}} = 1,05 \Leftrightarrow$$

$$\frac{T_2}{T_1} = 1,05$$

☞ Έστω N ο αριθμός των ταλαντώσεων που εκτελεί το (2) μέσα σε 60 s. Το (1) θα έχει εκτελέσει N+1. Άρα θα έχουμε: $(N + 1)T_1 = NT_2 = 60s$.

$$\text{Οπότε: } \frac{N + 1}{N} = \frac{T_2}{T_1} \Leftrightarrow \frac{N + 1}{N} = 1,05 \Leftrightarrow N + 1 = 1,05N \Leftrightarrow 0,05N = 1 \Leftrightarrow N = 20$$

$$\text{Άρα η περίοδος του (2) είναι: } T_2 = \frac{60}{N_2} = \frac{60}{20} = 3s$$

☞ Από το τύπο της περιόδου για το (2) ελατήριο έχουμε:

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_2}} \Leftrightarrow$$

$$k_2 = \frac{4\pi^2 m}{T_2^2} \Leftrightarrow$$

$$k_2 = \frac{4 \cdot 10 \cdot 9}{3^2} \Leftrightarrow$$

$$\boxed{k_2 = 40 \text{ N/m}}$$