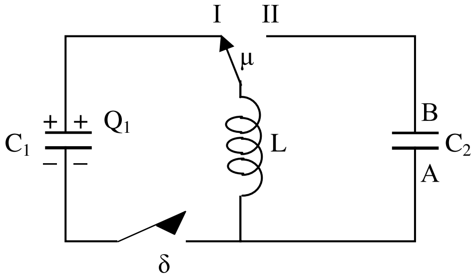
Πλατάκης Φίλιππος - Φυσικός
fil_platakis@yahoo.gr

«Βρες το φορτίο του άλλου πυκνωτή»**

Νοέμβριος 2010



Στο κύκλωμα του σχήματος έχουμε C_1 = 1 μF, C_2 = 16 μF και L = 10 mH. Κατ' αρχάς ο πυκνωτής (1) έχει φορτίο Q_1 = 40 μC και πολικότητας όπως φαίνεται στο σχήμα, ενώ ο πυκνωτής (2) είναι αφόρτιστος. Ο διακόπτης δ είναι ανοιχτός και ο μεταγωγέας μ βρίσκεται στη θέση (I).

Τη χρονική στιγμή t = 0 κλείνουμε το διακόπτη δ και την χρονική στιγμή $t_1 = (11\pi/6)\cdot 10^{-4}$ s μετακινούμε ακαριαία το μεταγωγέα στη θέση (II), χωρίς να προκληθεί σπινθήρας. Πόσο είναι το φορτίο του Α οπλισμού του πυκνωτή (2) τη χρονική στιγμή $t_2 = (15\pi/6)\cdot 10^{-4}$ s;

Η λύση στην επόμενη σελίδα

ΛΥΣΗ

☞ Καταρχάς υπολογίζουμε τις περιόδους και τις κυκλικές συχνότητες των δύο κυκλωμάτων:

$$T_1 = 2\pi\sqrt{LC_1} = 2\pi\sqrt{10^{-2}\cdot 10^{-6}} = 2\pi\sqrt{10^{-8}} = 2\pi\cdot 10^{-4}s \text{ και } \omega_1 = \frac{2\pi}{T_1} = 10^4 rad/s$$

$$T_2 = 2\pi\sqrt{LC_2} = 2\pi\sqrt{10^{-2}\cdot 16\cdot 10^{-6}} = 2\pi\sqrt{16\cdot 10^{-8}} = 8\pi\cdot 10^{-4}s \text{ και } \omega_2 = \frac{2\pi}{T_2} = \frac{10^4}{4} rad/s$$

☞ Η μέγιστη τιμή της έντασης του ρεύματος στο 1^o κύκλωμα είναι:

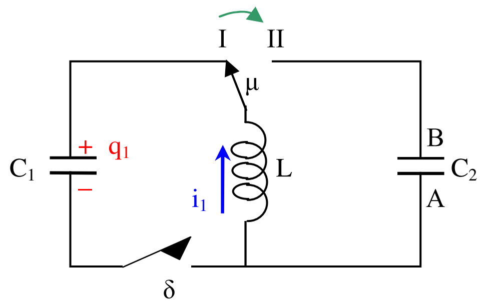
$$I_1 = Q_1\omega_1 = 4\cdot 10^{-5}\cdot 10^4 = 0{,}4A$$

☞ Οπότε τη χρονική στιγμή t_1 το φορτίο και η ένταση στο 1^o κύκλωμα θα είναι:

$$q_1 = Q_1\sigma\upsilon\nu\omega_1 t_1 = 4\cdot 10^{-5}\cdot\sigma\upsilon\nu 10^4\frac{11\pi}{6}10^{-4} = 4\cdot 10^{-5}\cdot\sigma\upsilon\nu\frac{11\pi}{6} = 4\cdot 10^{-5}\frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}\cdot 10^{-5}C$$

$$i_1 = -I_1\eta\mu\omega_1 t_1 = -0{,}4\cdot\eta\mu 10^4\frac{11\pi}{6}10^{-4} = -0{,}4\cdot\eta\mu\frac{11\pi}{6} = -0{,}4\cdot\left(-\frac{1}{2}\right) = 0{,}2A$$

☞ Άρα τη στιγμή που αλλάζει θέση ο μεταγωγέας το φορτίο και η ένταση στο 1^o κύκλωμα είναι όπως στο διπλανό σχήμα:



☞ Μετά τη μετακίνηση του μεταγωγέα στο (ΙΙ), θ' αρχίσει να ταλαντώνεται το 2^o κύκλωμα με μέγιστη τιμή έντασης $I_2 = |i_1| = 0{,}2A$ και μέγιστη τιμή φορτίου $Q_2 = \dfrac{I_2}{\omega_2} = \dfrac{0{,}2}{\frac{10^4}{4}} = 8\cdot 10^{-5}C$

☞ Αφού μας ενδιαφέρει το φορτίο του Α οπλισμού, τη χρονική στιγμή που αρχίζει η ταλάντωση του $2^{ου}$ κυκλώματος έχουμε: $q_{20} = 0$ και $i_{20} = -I_2$. Άρα η ηλεκτρική ταλάντωση έχει αρχική φάση φ_0 για την οποία έχουμε: $\eta\mu\varphi_0 = -\dfrac{i_{20}}{I_2} = -\dfrac{-I_2}{I_2} = 1 \Leftrightarrow \varphi_0 = \dfrac{\pi}{2}$

☞ Άρα η εξίσωση του φορτίου του οπλισμού Α του C_2 πυκνωτή είναι:

$$q_2 = Q_2\sigma\upsilon\nu(\omega_2\Delta t + \varphi_0)$$

όπου Δt: η χρονική διαφορά μεταξύ της χρονικής στιγμής και της αρχικής στιγμής $t_1 = \dfrac{11\pi}{6}10^{-4}s$ κατά την οποία αρχίζει η ταλάντωση.

Στη συγκεκριμένη περίπτωση: $\Delta t = t_2 - t_1 = \left(\dfrac{15\pi}{6} - \dfrac{11\pi}{6}\right)\cdot 10^{-4} = \dfrac{2\pi}{3}\cdot 10^{-4}s$

☞ Οπότε με αντικατάσταση:

$$q_2 = 8\cdot 10^{-5}\sigma\upsilon\nu\left(\frac{10^4}{4}\cdot\frac{2\pi}{3}\cdot 10^{-4} + \frac{\pi}{2}\right) = 8\cdot 10^{-5}\sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2}\right) = 8\cdot 10^{-5}\sigma\upsilon\nu\left(\frac{2\pi}{3}\right) = 8\cdot 10^{-5}\left(-\frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow$$

$$\boxed{q_2 = -4\cdot 10^{-5}C}$$