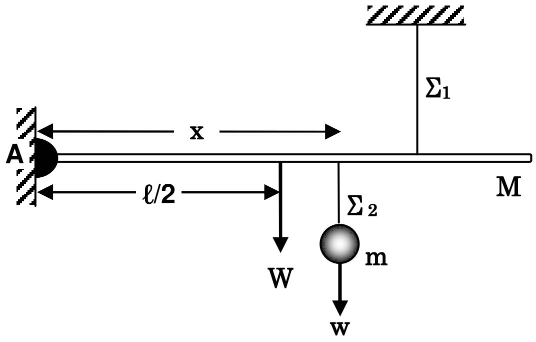
Πλατάκης Φίλιππος - Φυσικός
fil_platakis@yahoo.gr

«Να μην λασκάρει» ***

Μάρτιος 2008

Ομογενής ράβδος μήκους ℓ = 1 m και μάζας M = 6 Kg είναι πιασμένη στον τοίχο του σχήματος από το άκρο της Α, γύρω από το οποίο μπορεί να περιστρέφεται κατακόρυφα. Η ράβδος είναι δεμένη με το σχοινί Σ_1 από την οροφή και διατηρείται σε οριζόντια θέση. Ποια είναι η μέγιστη απόσταση x από το άκρο Α της ράβδου που μπορούμε να κρεμάσουμε με το σχοινί Σ_2 ένα σώμα m = 2 Kg, ώστε αν κοπεί το Σ_1, το Σ_2 να μην λασκάρει κατά την κάθοδο της ράβδου;



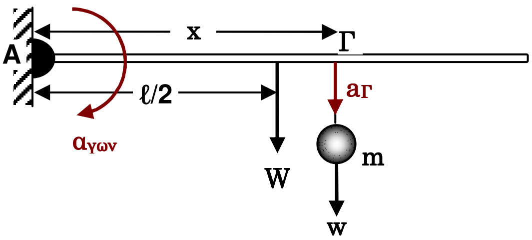
Δίνεται g = 10 m/s^2 και ότι η ροπή αδράνειας μιας ράβδου ως προς άξονα κάθετον στο μέσο της δίνεται από τη σχέση: $I_{cm} = \frac{1}{12}M\ell^2$

Η λύση στην επόμενη σελίδα

Πλατάκης Φίλιππος - Φυσικός
fil_platakis@yahoo.gr

ΛΥΣΗ

☞ Για να μην λασκάρει το σχοινί κατά την κάθοδο θα πρέπει η επιτάχυνση που θα αποκτήσει το σημείο εφαρμογής του $Σ_2$ (το Γ στο σχήμα) να είναι μικρότερη ή ίση με την επιτάχυνση της βαρύτητας: $a_Γ \le g$. Οπότε η μέγιστη απόσταση x του Γ αντιστοιχεί προφανώς όταν:



$$a_Γ = g \Rightarrow \alpha_{γων} \cdot x = g \quad \textbf{(I)}$$

☞ Υπολογίζουμε με το θεώρημα Steiner τη ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς το άκρο της Α:

$$I_A = I_{cm} + M\left(\frac{\ell}{2}\right)^2 = \frac{1}{12}M\ell^2 + \frac{1}{4}M\ell^2 \Rightarrow I_A = \frac{1}{3}M\ell^2$$

☞ Αν κοπεί το σχοινί $Σ_1$ η ράβδος θα κατέβει με γωνιακή επιτάχυνση $\alpha_{γων}$ προς τα κάτω. Εφαρμόζοντας λοιπόν τον Θεμελιώδη Νόμο της Μηχανικής για τη στροφική κίνηση έχουμε:

$$\tau_W + \tau_w = I_A \cdot \alpha_{γων} \Rightarrow Mg\frac{\ell}{2} + mgx = \frac{1}{3}M\ell^2\alpha_{γων} \Rightarrow \text{ (από την } \textbf{(I)}\text{):}$$

$$Mg\frac{\ell}{2} + mgx = \frac{1}{3}M\ell^2\frac{g}{x} \Rightarrow \text{(αντικαθιστώντας τις τιμές καταλήγουμε στην εξίσωση):}$$

$$2x^2 + 3x - 2 = 0$$

Και οι λύσεις που παίρνουμε είναι: $x_1 = -2$ (*απορρίπτεται*) και $x_2 = +0,5$ m (*δεκτή*)

Άρα θα πρέπει να το κρεμάσουμε το m από το μέσον της ράβδου