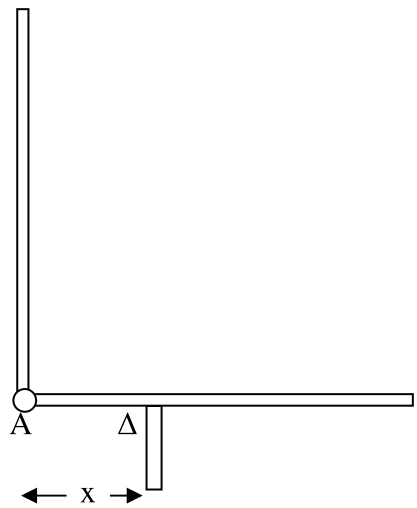
Πλατάκης Φίλιππος - Φυσικός
fil_platakis@yahoo.gr

Μη σπάσεις τη ράβδο

Μάιος 2007

Ράβδος μήκους L = 7,5 m και μάζας M = 3 Kg μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από άξονα κάθετο σ' αυτήν στο ένα άκρο της Α. Η ράβδος αφήνεται από την κατακόρυφη θέση και όταν φτάνει στην οριζόντια θέση κτυπά στο δοκάρι Δ και ακινητοποιείται σε Δt = 0,2 s (σχήμα). Αν ξέρουμε ότι η μέγιστη δύναμη που μπορεί ν' αντέξει η ράβδος είναι F = 200 N, να βρεθεί ποια είναι η ελάχιστη απόσταση x που μπορεί ν' απέχει το δοκάρι Δ από το Α, ώστε όταν κτυπήσει η ράβδος να μη σπάσει.



Δίνεται: α) Η ροπή αδράνειας μιας ράβδου ως προς το κέντρο μάζας της δίνεται από τη σχέση $I_{CM} = {}^{1}/_{12}ML^2$ β) $g = 10\ m/s^2$.

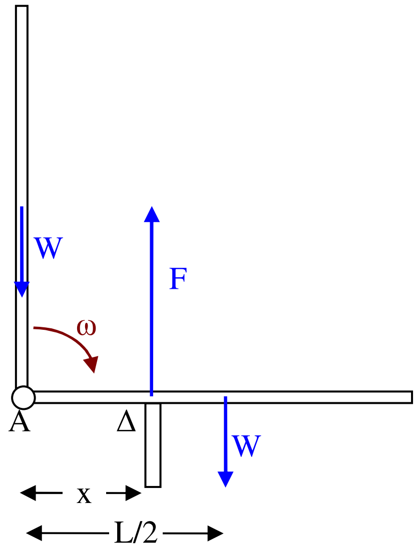
Η λύση στην επόμενη σελίδα

Πλατάκης Φίλιππος - Φυσικός
fil_platakis@yahoo.gr

ΛΥΣΗ

☞ Υπολογίζουμε κατά αρχάς τη ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς το Α (χρησιμοποιώντας το νόμο του Steiner):

$$I_A = I_{CM} + M\left(\frac{L}{2}\right)^2 = \frac{1}{12}ML^2 + \frac{1}{4}ML^2 = \frac{1}{3}ML^2$$



☞ Από την Αρχή Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας, κατά τη διάρκεια της καθόδου της ράβδου έχουμε:

$$K_{\text{ΤΕΛ}} = U_{\text{ΑΡΧ}} \Rightarrow \frac{1}{2}I\omega^2 = W\frac{L}{2} \Rightarrow \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}ML^2\cdot\omega^2 = Mg\cdot\frac{L}{2} \Rightarrow \omega^2 = \frac{3g}{L} \Rightarrow \omega = 2\,{rad}/{s}$$

☞ Εφαρμόζοντας τον Θεμελιώδη νόμο της Στροφικής κατά τη διάρκεια της κρούσης:

$$\frac{dL}{dt} = \tau_F + \tau_W \Rightarrow \frac{0-(-I\omega)}{dt} = F\cdot x - W\cdot\frac{L}{2}$$

(θεωρώντας την φορά των δεικτών του ρολογιού αρνητική)

Λύνουμε ως προς x:

$$F\cdot x = \frac{I\omega}{dt} + Mg\cdot\frac{L}{2} = \frac{ML^2\omega}{3\cdot dt} + Mg\cdot\frac{L}{2} \Rightarrow$$

$$x = \frac{\frac{ML^2\omega}{3\cdot dt} + Mg\cdot\frac{L}{2}}{F}$$

και με αντικατάσταση: $x = 3{,}375m$