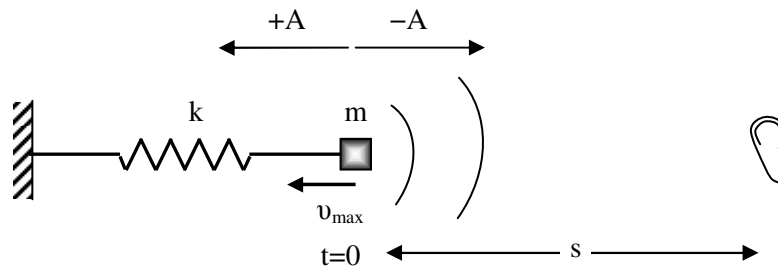


«Σύνδεσε συχνότητα με χρόνο»**

Απρίλιος 2008



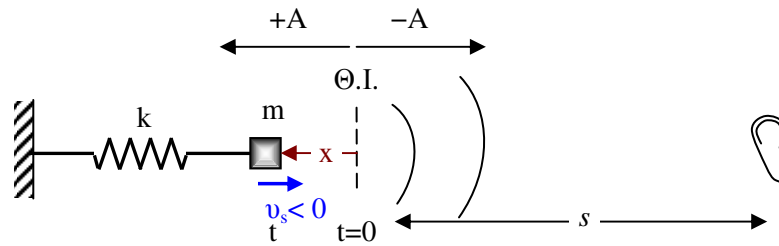
Σώμα μάζας $m = 1 \text{ Kg}$ είναι δεμένο στο άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $k = 1200 \text{ N/m}$ και εκτελεί α.α.τ. πλάτους $A = 1 \text{ m}$. Το σώμα φέρει ηχητική πηγή συχνότητας $f_s = 600 \text{ Hz}$. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ το σώμα περνά από τη θέση Ισοροπίας απομακρυνόμενο από έναν παρατηρητή που απέχει απόσταση $s = 164,5 \text{ m}$ (σχήμα). Ν' αποδείξετε ότι ο παρατηρητής θα ακούσει για πρώτη φορά ήχο συχνότητας $f_A = 660 \text{ Hz}$

τη χρονική στιγμή: $t_A = \frac{\sqrt{3}\pi}{72} + 0,5 \text{ s}$.

Δίνεται ότι ταχύτητα διάδοσης του ήχου στον αέρα είναι $u = 330 \text{ m/s}$.

Η λύση στην επόμενη σελίδα

ΛΥΣΗ



☞ Ξέρουμε ότι η συχνότητα f_A που ακούει ο παρατηρητής και η συχνότητα f_S που εκπέμπει η πηγή συνδέονται με τη σχέση: $f_A = \frac{v}{v - v_S} \cdot f_S$, όπου v : η ταχύτητα του ήχου και v_S : η ταχύτητα

της πηγής – σώματος. Οπότε με αντικατάσταση: $660 = \frac{330}{330 - v_S} \cdot 600 \Rightarrow v_S = 30 \text{ m/s}$ (I)

☞ Η σταθερά του ελατηρίου ταυτίζεται με τη σταθερά επαναφοράς:

$$k = m\omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \omega = 20\sqrt{3} \text{ rad/s} \text{ (II)}$$

☞ Οπότε και η μέγιστη ταχύτητα είναι: $v_{\max} = \omega A \Rightarrow v_{\max} = 20\sqrt{3} \text{ m/s}$ (III)

☞ Από την Αρχή Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας μπορούμε να υπολογίσουμε την απομάκρυνση x την στιγμή που έχει ταχύτητα v_S :

$$\frac{1}{2} m v_S^2 + \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} m v_{\max}^2 \Rightarrow$$

$$x^2 = \frac{m}{k} (v_{\max}^2 - v_S^2) \Rightarrow$$

$$x = +0,5 \text{ m}$$

☞ Από την εξίσωση της απομάκρυνσης:

$$x = A \eta \mu \omega t \Rightarrow +0,5 = 1 \cdot \eta \mu (20\sqrt{3}t) \Rightarrow$$

$$20\sqrt{3}t = \frac{\pi}{6} \text{ ή } 20\sqrt{3}t = \frac{5\pi}{6}$$

και επειδή η τιμή της ταχύτητας είναι αρνητική: $20\sqrt{3}t = \frac{5\pi}{6} \Rightarrow t = \frac{\pi}{24\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}\pi}{72} \text{ s}$

☞ Σ' αυτή τη χρονική στιγμή πρέπει να προσθέσουμε και το χρόνο που χρειάζεται να φτάσει ο ήχος στον παρατηρητή: $t_1 = \frac{s+x}{v} = \frac{164,5+0,5}{330} = 0,5 \text{ s}$

☞ Οπότε ο παρατηρητής θ' ακούσει τον ήχο τη στιγμή: $t_A = \frac{\sqrt{3}\pi}{72} + 0,5 \text{ s}$