Πλατάκης Φίλιππος - Φυσικός
fil_platakis@yahoo.gr

Bugs on a wave

Ιανουάριος 2006

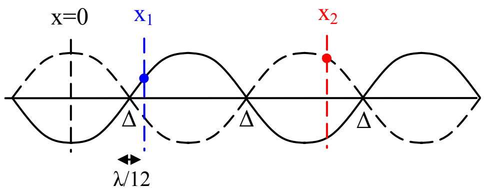
Δύο ψύλλοι βρίσκονται στη πάνω μεριά χορδής της οποίας τα σημεία εκτελούν ταλάντωση στάσιμου κύματος. Τα δύο ζωύφια δεν μπορούν να δουν το ένα το άλλο και μεταξύ τους μεσολαβεί ένας δεσμός. Ο λόγος των πλατών των ταλαντώσεων που εκτελούν τα δύο ζωύφια είναι $A_2/A_1 = \sqrt{3}$. Αν αυτό που εκτελεί μικρότερο πλάτος ταλάντωσης (το 1 δηλαδή) απέχει από το κοντινότερο δεσμό απόσταση λ/12, πόσα μήκη κύματος είναι η οριζόντια απόσταση μεταξύ των ζωυφίων;

Η λύση στην επόμενη σελίδα

Πλατάκης Φίλιππος - Φυσικός
fil_platakis@yahoo.gr

ΛΥΣΗ

Για να μη μπορεί το ένα ζωύφιο να δει το άλλο, σημαίνει ότι η απόσταση τους είναι μεγαλύτερη από λ/2. Αλλά αφού έχουν ανάμεσα τους μόνο έναν δεσμό, θα πρέπει να είναι και μικρότερη από λ.
Άρα: **$\lambda/2 < x2 - x1 < \lambda$** (σχήμα)



Για λόγους ευκολίας θεωρούμε ότι η θέση x = 0 είναι αριστερότερα και των δύο ζωυφίων και ότι είναι η πρώτη κοιλία δεξιά από το (1) ψύλλο (σχήμα)

Από τα δεδομένα της άσκησης έχουμε $x_1 = \lambda/4+\lambda/12 \Rightarrow \mathbf{x_1 = \lambda/3}$
Ξέρουμε ότι το πλάτος ενός σημείου του στάσιμου κύματος είναι $A' = |2A\text{συν}(2\pi x/\lambda)|$
Άρα $A_1 = |2A\text{συν}(2\pi x_1/\lambda)|$ και $A_2 = |2A\text{συν}(2\pi x_2/\lambda)|$

Εφόσον $A_2/A_1 = \sqrt{3}$ αντικαθιστούμε και έχουμε:

$$|2A\text{συν}(2\pi x_2/\lambda)| = |2A\text{συν}(2\pi x_1/\lambda)|\,\sqrt{3}$$

ή αλλιώς (μετά από αντικατάσταση): $|\text{συν}(2\pi x_2/\lambda)| = \sqrt{3}/2 \Rightarrow$

$$\text{συν}(2\pi x_2/\lambda) = \pm\sqrt{3}/2 \Rightarrow$$

$$\mathbf{2\pi x_2/\lambda = \pi/6,\ 5\pi/6,\ 7\pi/6,\ 11\pi/6,\ 13\pi/6}, \text{ κλπ.}$$

οπότε $\mathbf{x_2 = \lambda/12,\ 5\lambda/12,\ 7\lambda/12,\ 11\lambda/12,\ 13\lambda/12}$, κλπ

Όπως φαίνεται και από το σχήμα, η δεκτή λύση είναι $\mathbf{x_2 = 13\lambda/12}$
Οπότε $\Delta x = x_2 - x_1 = 13\lambda/12 - \lambda/3 \Rightarrow \Delta x = 9\lambda/12$ή $\mathbf{\Delta x = 3\lambda/4}$