

## Αναπηδόν ελατήριο

Νοέμβριος 2007

Κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς  $k = 200 \text{ N/m}$ , το οποίο είναι κρεμασμένο από το πάνω άκρο του, φέρει στο κάτω άκρο του σώμα μάζας  $m = 2 \text{ Kg}$ . Όταν το σώμα βρίσκεται στη θέση ισορροπίας του απέχει απόσταση  $h = 0,2 \text{ m}$  από το έδαφος. Ανασηκώνουμε το σώμα κατά  $0,4 \text{ m}$  από τη θέση ισορροπίας του και τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί.

α) Μετά από πόσο χρονικό διάστημα θα επιστρέψει στην ανώτερη θέση του;

β) Κάντε το διάγραμμα της θέσης και της ταχύτητας του κινητού για το παραπάνω χρονικό διάστημα.

Θεωρείστε ότι όταν το σώμα κτυπά στο έδαφος, αναπηδά με ίση και αντίθετη ταχύτητα απ' αυτήν που προσπίπτει.

Η λύση στην επόμενη σελίδα

## ΛΥΣΗ

α) Υπολογίζουμε τη γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης:  $\omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{D}{m}} = \sqrt{\frac{200}{2}} = 10 \text{ rad/s}$

☞ Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  το σώμα δεν βρίσκεται στη θέση ισορροπίας, άρα έχουμε αρχική φάση  $\varphi_0$  και η εξίσωση της απομάκρυνσης είναι της μορφής:

$$x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_0)$$

Αφού για  $t_0 = 0$  έχουμε  $x_0 = +A$  ισχύει:  $+A = A\eta\mu\varphi_0 \Rightarrow \eta\mu\varphi_0 = 1 \Rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{2}$

Συνεπώς η εξίσωση της ταλάντωσης που ξεκινά να εκτελέσει το σώμα είναι:

$$x = 0,4\eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{2}\right)$$

☞ Αν  $t_1$  είναι η χρονική στιγμή που κτυπά το σώμα στο έδαφος θα έχουμε:

$$x_1 = A\eta\mu(\omega t_1 + \varphi_0) \Rightarrow -0,2 = 0,4\eta\mu\left(10t_1 + \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \eta\mu\left(10t_1 + \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{1}{2} \Rightarrow 10t_1 + \frac{\pi}{2} = \frac{7\pi}{6} \Rightarrow$$
$$t_1 = \frac{4\pi}{60} \text{ s}$$

☞ Εφόσον το σώμα αναπηδά με ίση και αντίθετη ταχύτητα απ' αυτήν που κτυπά ( $v_2 = -v_1$ ) θα κάνει το ίδιο χρόνο για ν' ανέβει. Άρα θα γυρίσει πίσω σε χρονικό διάστημα:

$$\Delta t = 2 \cdot t_1 = \frac{8\pi}{60} \text{ s}$$

β) Η μέγιστη ταχύτητα είναι:  $v_{max} = \omega A = 4 \text{ m/s}$ .

Η ταχύτητα στη θέση  $x_1$  είναι:  $v_1 = -\omega\sqrt{A^2 - x_1^2} = -2\sqrt{3} \text{ m/s}$ .

Οπότε τα διαγράμματα απομάκρυνσης και ταχύτητας είναι:

