Πλατάκης Φίλιππος - Φυσικός
fil_platakis@yahoo.gr

Η βαρκούλα που περνά

Φεβρουάριος 2007

Εγκάρσιο αρμονικό κύμα πλάτους 1/π m και συχνότητας 1 Hz, διαδίδεται με ταχύτητα c = 6 m/s πάνω στην επιφάνεια μιας λίμνης. Μια μικρή βάρκα κινείται με σταθερή ταχύτητα υ = 2 m/s **ως προς το νερό** και θεωρούμε ότι τη χρονική στιγμή t = 0 βρίσκεται στη θέση x = 0 και είναι σε «κορυφή». Πόσο είναι το μέτρο της ταχύτητας της βάρκας τη χρονική στιγμή t = 2,25 s, α) αν κινείται προς την κατεύθυνση διάδοσης του κύματος β) αν κινείται αντίθετα απ' αυτήν.

(Tips: 1) Θεωρείστε ότι η κλίση της βάρκας παραμένει οριζόντια καθ' όλη τη διάρκεια της κίνησης της (πολύ μικρό πλάτος κύματος σε σχέση με το μήκος κύματος), 2) Το συγκεκριμένο κύμα δεν έχει καθορισμένη πηγή, ούτε και μέτωπο, άρα η φάση των σημείων διάδοσης δεν είναι απαραίτητο να είναι πάντα θετική και 3) Οι λύσεις είναι άρρητοι αριθμοί)

Η λύση στην επόμενη σελίδα

Πλατάκης Φίλιππος - Φυσικός
fil_platakis@yahoo.gr

ΛΥΣΗ

Υπολογίζουμε το μήκος κύματος: **λ = c/f = 6 m** και την περίοδο: **T = 1/f = 1 s**.

Για να βρούμε το μέτρο της ταχύτητας, θα πρέπει να βρούμε το μέτρο των δύο συνιστωσών της: **της οριζόντιας υ_X** και της **κατακόρυφης υ_Y**.

Η οριζόντια είναι $\upsilon_{X1} = c + \upsilon = 6 + 2 \Rightarrow$ **$\upsilon_{X1} = 8$ m/s** στην α) περίπτωση
και $\upsilon_{X2} = c - \upsilon = 6 - 2 \Rightarrow$ **$\upsilon_{X2} = 4$ m/s** στην β) περίπτωση (επειδή κινείται ανάποδα από την διεύθυνση διάδοσης του κύματος)

Για να βρούμε την κατακόρυφη συνιστώσα θα πρέπει πρώτα να βρούμε σε ποια θέση βρίσκεται η βάρκα τη χρονική στιγμή t = 2,25 s.

Η θέση που βρίσκεται είναι $x_1 = \upsilon_{X1} \cdot t = 8 \cdot 2{,}25 \Rightarrow$ **$x_1 = 18$ m** α) περίπτωση και
$x_2 = \upsilon_{X2} \cdot t = 4 \cdot 2{,}25 \Rightarrow$ **$x_2 = 9$ m** β) περίπτωση

Συνεπώς **οι εξισώσεις απομάκρυνσης των σημείων που βρίσκεται η βάρκα** στις δύο περιπτώσεις είναι $y_1 = A\eta\mu\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x_1}{\lambda} + \frac{\pi}{2}\right)$ και $y_2 = A\eta\mu\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x_2}{\lambda} + \frac{\pi}{2}\right)$
(επειδή το κύμα έχει αρχική φάση π/2, αφού στη θέση x = 0 βρίσκεται σε «κορυφή» τη χρονική στιγμή t = 0)

και με αντικατάσταση: $y_1 = \frac{1}{\pi}\eta\mu\left(\frac{2\pi t}{1} - \frac{2\pi \cdot 18}{6} + \frac{\pi}{2}\right)$ και $y_1 = \frac{1}{\pi}\eta\mu\left(\frac{2\pi t}{1} - \frac{2\pi \cdot 9}{6} + \frac{\pi}{2}\right)$

μετά από πράξεις: $y_1 = \frac{1}{\pi}\eta\mu(2\pi t - 5{,}5\pi)$ και $y_2 = \frac{1}{\pi}\eta\mu(2\pi t - 2{,}5\pi)$ (στο S.I.)

Συνεπώς **οι εξισώσεις των κατακόρυφων ταχυτήτων σε κάθε περίπτωση** θα είναι:
$\upsilon_{Y1} = \omega A \sigma\upsilon\nu(\omega t + \varphi_{01})$και $\upsilon_{Y1} = \omega A \sigma\upsilon\nu(\omega t + \varphi_{02})$

δηλαδή: $\upsilon_{Y1} = \frac{1}{\pi} \cdot 2\pi \cdot \sigma\upsilon\nu(2\pi t - 5{,}5\pi)$ και $\upsilon_{Y2} = \frac{1}{\pi} \cdot 2\pi \cdot \sigma\upsilon\nu(2\pi t - 2{,}5\pi)$

ή αλλιώς: $\upsilon_{Y1} = 2 \cdot \sigma\upsilon\nu(2\pi t - 5{,}5\pi)$ και $\upsilon_{Y2} = 2 \cdot \sigma\upsilon\nu(2\pi t - 2{,}5\pi)$ (στο S.I.)

Οπότε **τη χρονική στιγμή t = 2,25 s** οι κατακόρυφες ταχύτητες σε κάθε περίπτωση είναι: $\upsilon_{Y1} = 2 \cdot \sigma\upsilon\nu(2\pi \cdot 2{,}25 - 5{,}5\pi)$ και $\upsilon_{Y2} = 2 \cdot \sigma\upsilon\nu(2\pi \cdot 2{,}25 - 2{,}5\pi)$

Άρα: $\upsilon_{Y1} = 2 \cdot \sigma\upsilon\nu(4{,}5\pi - 5{,}5\pi) = 2 \cdot \sigma\upsilon\nu(-\pi) \Rightarrow$ **$\upsilon_{Y1} = -2$ m/s**

και $\upsilon_{Y2} = 2 \cdot \sigma\upsilon\nu(4{,}5\pi - 2{,}5\pi) = 2 \cdot \sigma\upsilon\nu(2\pi) \Rightarrow$ **$\upsilon_{Y2} = 2$ m/s**

Οπότε τα μέτρα των ταχυτήτων είναι:

$\upsilon_1 = \sqrt{\upsilon_{X1}^2 + \upsilon_{Y1}^2} = \sqrt{8^2 + (-2)^2} = \sqrt{68}\, m/s$

και $\upsilon_2 = \sqrt{\upsilon_{X2}^2 + \upsilon_{Y2}^2} = \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20}\, m/s$