

«Δύο παραπάνω ταλαντώσεις»*

Μάιος 2011

Έχουμε δύο απλά εκκρεμή με μήκη ℓ_1 και ℓ_2 ($\ell_1 > \ell_2$). Τα εκτρέπουμε λίγο από την κατακόρυφο και κάποια στιγμή τα αφήνουμε ταυτόχρονα ελεύθερα να ταλαντωθούν. Τα εκκρεμή συναντιόνται στην ίδια θέση για δεύτερη φορά αφού το αργό (το ℓ_1) εκτελέσει 4 ταλαντώσεις. Αν το ℓ_1 είναι 32 cm, πόσο είναι το ℓ_2 ;

Διευκρινίζεται ότι η περίοδος του απλού εκκρεμούς δίνεται από τη σχέση:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \text{ (όπου } \ell: \text{ το μήκος του εκκρεμούς και } g: \text{ η επιτάχυνση της βαρύτητας)}$$

Η λύση στην επόμενη σελίδα

ΛΥΣΗ

Έστω Δt το χρονικό διάστημα που απαιτείται για συναντηθούν για 2^η φορά τα 2 εκκρεμή. Είναι προφανές ότι σ' αυτό το χρονικό διάστημα, το γρήγορο (ℓ_2) εκκρεμές θα έχει εκτελέσει 2 αιωρήσεις περισσότερες από το ℓ_1 . Και αφού το ℓ_1 κάνει 4 ταλαντώσεις, το ℓ_2 θα κάνει 6 ταλαντώσεις.

Άρα οι περίοδοι των εκκρεμών θα είναι: $T_1 = \frac{\Delta t}{4}$ και $T_2 = \frac{\Delta t}{6}$, οπότε: $\frac{T_2}{T_1} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

Από τον τύπο της περιόδου διαιρούμε κατά μέλη:

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell_1}{g}} \text{ και } T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell_2}{g}}$$

$$\text{Οπότε: } \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{\ell_2}{\ell_1}} \Leftrightarrow$$

$$\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 = \frac{\ell_2}{\ell_1} \Leftrightarrow$$

$$\ell_2 = \ell_1 \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 = 32 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 \Leftrightarrow$$

$$\boxed{\ell_2 = 18\text{cm}}$$