Πλατάκης Φίλιππος - Φυσικός
fil_platakis@yahoo.gr

Συντελεστής Carnot

Φεβρουάριος 2007

Ξέρουμε ότι σε μια θερμική μηχανή ο συντελεστής απόδοσης είναι $e = 1- Q_C/Q_h$, όπου Q_h η θερμότητα που προσφέρεται στο αέριο από τη θερμή δεξαμενή και Q_C η θερμότητα που χάνεται στη ψυχρή δεξαμενή (σε απόλυτες τιμές).

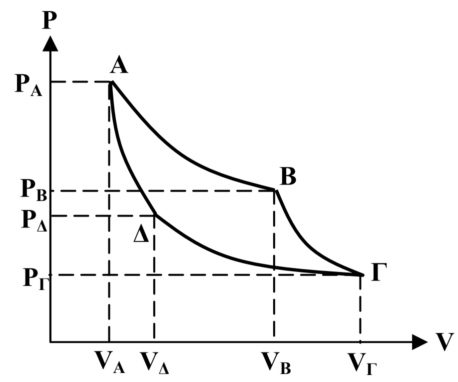
Στη περίπτωση της μηχανής Carnot όμως, ισχύει και η σχέση: $e = 1 – T_C/T_h$. Η σχέση αυτή, λέει το σχολικό βιβλίο, ισχύει διότι: $Q_C/T_C = Q_h/T_h$. Μόνο που το σχολικό βιβλίο δεν την αποδεικνύει αυτήν τη ισότητα. Μπορείτε εσείς να την αποδείξετε;

Η λύση στην επόμενη σελίδα

Πλατάκης Φίλιππος - Φυσικός
fil_platakis@yahoo.gr

ΛΥΣΗ

Όπως είναι γνωστό ο κύκλος Carnot αποτελείται από 4 διαδοχικές μεταβολές.
ΑΒ: ισόθερμη εκτόνωση
ΒΓ: αδιαβατική εκτόνωση
ΓΔ: ισόθερμη συμπίεση
ΔΑ: αδιαβατική συμπίεση
όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.
Προφανώς για μεν τις θερμότητες ισχύει:
$Q_h = Q_{AB}$ και $Q_C = Q_{\Gamma\Delta}$,
για δε τις θερμοκρασίες των δεξαμενών:
$T_h = T_A = T_B$ και $T_C = T_\Gamma = T_\Delta$.



Ξέρουμε ότι για τις θερμότητες που παίρνουμε και δίνουμε στις δεξαμενές ισχύει:

$$Q_h = Q_{AB} = nRT_h \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) \text{ και } |Q_C| = |Q_{\Gamma\Delta}| = nRT_C \ln\left(\frac{V_\Gamma}{V_\Delta}\right) \quad \textbf{\textit{(I)}}$$

Όμως κατά την αδιαβατική ΒΓ ισχύει ο νόμος του Poisson:

$$P_B V_B^\gamma = P_\Gamma V_\Gamma^\gamma \Rightarrow \frac{nRT_B}{V_B} V_B^\gamma = \frac{nRT_\Gamma}{V_\Gamma} V_\Gamma^\gamma \Rightarrow T_B V_B^{\gamma-1} = T_\Gamma V_\Gamma^{\gamma-1} \Rightarrow \frac{V_B}{V_\Gamma} = \left(\frac{T_\Gamma}{T_B}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} = \left(\frac{T_C}{T_h}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \quad \textbf{\textit{(II)}}$$

Με πανομοιότυπο τρόπο, από την αδιαβατική ΔΑ με το νόμο του Poisson αποδεικνύουμε ότι:

$$P_A V_A^\gamma = P_\Delta V_\Delta^\gamma \Rightarrow \frac{nRT_A}{V_A} V_A^\gamma = \frac{nRT_\Delta}{V_\Delta} V_\Delta^\gamma \Rightarrow T_A V_A^{\gamma-1} = T_\Delta V_\Delta^{\gamma-1} \Rightarrow \frac{V_A}{V_\Delta} = \left(\frac{T_\Delta}{T_A}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} = \left(\frac{T_C}{T_h}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \quad \textbf{\textit{(III)}}$$

Από τις ***(II)*** και ***(III)*** έχουμε $\frac{V_B}{V_\Gamma} = \frac{V_A}{V_\Delta} \Rightarrow \frac{V_B}{V_A} = \frac{V_\Gamma}{V_\Delta}$

Οπότε διαιρώντας τις ***(I)*** κατά μέλη προκύπτει:

$$\frac{Q_h}{|Q_C|} = \frac{T_h}{T_C} \Rightarrow \frac{Q_h}{T_h} = \frac{|Q_C|}{T_C}$$