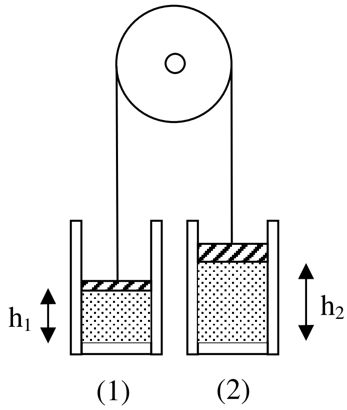
Πλατάκης Φίλιππος - Φυσικός
fil_platakis@yahoo.gr

«Μια τροχαλία – Δύο αέρια»***

Ιανουάριος 2010

Δύο ποσότητες ιδανικών αερίων βρίσκονται μέσα στα δοχεία του σχήματος. Τα δοχεία κλείνουν και τα δύο με έμβολα ίδιας διατομής (όχι όμως και ίδιου βάρους), τα οποία είναι δεμένα με σχοινί που περνά μέσα από τη τροχαλία και μπορούν να κινηθούν κατακόρυφα χωρίς τριβές. Αρχικά τα έμβολα βρίσκονται σε ύψος h_1 = 30 cm για το (1) δοχείο και h_2 = 40 cm για το (2) δοχείο. Θερμαίνουμε αργά το (2) δοχείο, έτσι ώστε η θερμοκρασία του να μεταβληθεί από T_2 = 300 K σε T_2' = 500 K. Αν οι αρχικές πιέσεις στα δύο δοχεία είναι $p_1 = 2\cdot10^5$ N/m^2 και $p_2 = 3\cdot10^5$ N/m^2, να βρεθεί πόσο θα μετακινηθούν τα έμβολα.



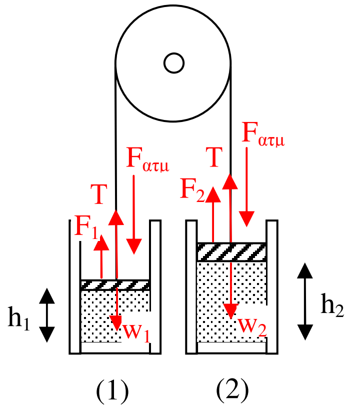
Θεωρείστε α) ότι η μεταβολή του αερίου στο (1) δοχείο γίνεται με σταθερή θερμοκρασία β) ότι τα έμβολα στα δύο αέρια έχουν αρκετό βάρος ώστε το σχοινί δεν χαλαρώνει κατά τη διάρκεια της μεταβολής.

Η λύση στην επόμενη σελίδα

Πλατάκης Φίλιππος - Φυσικός
fil_platakis@yahoo.gr

ΛΥΣΗ

☞ Στην αρχική κατάσταση:



Οι δυνάμεις που δέχεται το έμβολο στο (1) δοχείο είναι:
Η δύναμη από την πίεση της ατμόσφαιρας: $\boldsymbol{F_{ατμ}}$
Η δύναμη από την πίεση του αερίου: $\boldsymbol{F_1}$
Η τάση του σχοινιού: $\boldsymbol{T}$
Το βάρος του: $\boldsymbol{w_1}$
Εφόσον ισορροπεί θα ισχύει:

$$T + F_1 = w_1 + F_{ατμ} \Leftrightarrow$$

$$T = w_1 + p_{ατμ} \cdot A - F_1 \quad \textit{(I)}$$

(όπου A: το εμβαδόν του εμβόλου)

Αντίστοιχα για το (2) δοχείο θα έχουμε:

$$T = w_2 + p_{ατμ} \cdot A - F_2 \quad \textit{(II)}$$

Από τις (I) και (II) έχουμε: $w_1 + p_{ατμ} \cdot A - F_1 = w_2 + p_{ατμ} \cdot A - F_2 \Leftrightarrow$

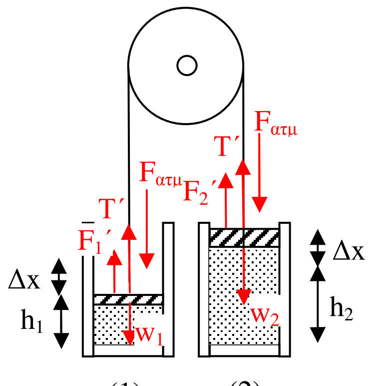
$$F_2 - F_1 = w_2 - w_1 \Leftrightarrow$$

$$p_2 \cdot A - p_1 \cdot A = w_2 - w_1 \Leftrightarrow$$

$$p_2 - p_1 = \frac{w_2 - w_1}{A} = σταθ \quad \textit{(III)}$$

(όπου p_1 και p_2: οι πιέσεις των αερίων στα δύο δοχεία)

☞ Στην τελική κατάσταση:



Με πανομοιότυπο τρόπο καταλήγουμε:

$$p_2' - p_1' = \frac{w_2 - w_1}{A} = σταθ \quad \textit{(IV)}$$

☞ Οπότε από ***(III)*** και ***(VI)*** έχουμε: $p_2 - p_1 = p_2' - p_1' \quad \textit{(V)}$

☞ Για τη μεταβολή στο (2) έχουμε: $\dfrac{p_2' V_2'}{T_2'} = \dfrac{p_2 V_2}{T_2} \Leftrightarrow$

$$p_2' = p_2 \cdot \frac{V_2}{V_2'} \cdot \frac{T_2'}{T_2} = p_2 \cdot \frac{h_2 \cdot A}{h_2' \cdot A} \cdot \frac{T_2'}{T_2} = p_2 \cdot \frac{h_2}{h_2 + Δx} \cdot \frac{T_2'}{T_2} \quad \textit{(VI)}$$

(όπου Δx: η μετατόπιση του εμβόλου προς τα πάνω)

☞ Για τη ισόθερμη μεταβολή στο (1) έχουμε: $p_1 V_1 = p_1' V_1' \Leftrightarrow$

$$p_1' = p_1 \cdot \frac{V_1}{V_1'} = p_1 \cdot \frac{h_1}{h_1 - Δx} \quad \textit{(VII)}$$

(όπου Δx: η μετατόπιση του εμβόλου προς τα κάτω)

Πλατάκης Φίλιππος - Φυσικός
fil_platakis@yahoo.gr

☞ Με αντικατάσταση των *(VI)* και *(VII)* στην *(V)* έχουμε:

$$p_2' - p_1' = p_2 - p_1 \Leftrightarrow$$

$$p_2 \cdot \frac{h_2}{h_2 + \Delta x} \cdot \frac{T_2'}{T_2} - p_1 \cdot \frac{h_1}{h_1 - \Delta x} = p_2 - p_1 \Leftrightarrow$$

$$p_2\left(\frac{h_2}{h_2 + \Delta x} \cdot \frac{T_2'}{T_2} - 1\right) = p_1\left(\frac{h_1}{h_1 - \Delta x} - 1\right) \Leftrightarrow \text{(με αντικατάσταση)}$$

$$3 \cdot 10^5\left(\frac{40}{40 + \Delta x} \cdot \frac{500}{300} - 1\right) = 2 \cdot 10^5\left(\frac{30}{30 - \Delta x} - 1\right) \Leftrightarrow \text{(με πράξεις)}$$

$$(\Delta x)^2 - 250 \cdot (\Delta x) + 2400 = 0$$

Λύνοντας την εξίσωση έχουμε: $\Delta x = 240cm$ (απορρίπτεται)

$$\boxed{\Delta x' = 10cm}\ \textbf{δεκτή}$$