Πλατάκης Φίλιππος - Φυσικός
fil_platakis@yahoo.gr

Κράτα το για λίγο

Μάρτιος 2007

Δύο σημειακά φορτία $q_1 = q_2 = 10^{-6}C$, με μάζες $m_1 = 20$ g και $m_2 = 10$ g, κρατιούνται ακίνητα σε απόσταση d = 10 cm. Κάποια στιγμή αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί το m_2, ενώ κρατάμε αρχικά ακίνητο το m_1. Όταν η απόσταση των δύο φορτίων γίνει d΄= 2d, τότε αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί και το m_1.

α) Πόση ταχύτητα θα έχει το κάθε φορτίο, όταν βρεθούν σε πολύ μεγάλη απόσταση μεταξύ τους;

β) Αν κρατήσουμε για μεγαλύτερο χρονικό διάστημα ακίνητο το m_1, ποιου φορτίου η τελική ταχύτητα θα είναι μεγαλύτερη και ποιου θα είναι μικρότερη; Δικαιολογείστε την απάντηση σας.

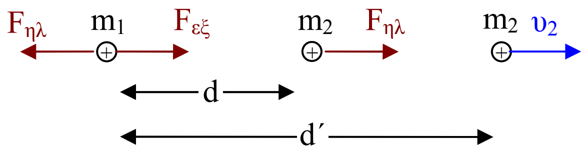
Δίδονται: $K_C = 9 \cdot 10^9$ Nm^2/C^2 και $6{,}3^2=40$.

Θεωρείστε ότι οι βαρυτικές αλληλεπιδράσεις είναι αμελητέες.

Η λύση στην επόμενη σελίδα

ΛΥΣΗ

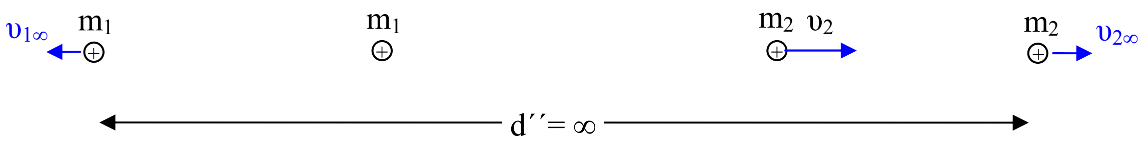
α) ☞ Κατά την αρχική κίνηση (αποκλειστικά) του m_2, η εξωτερική δύναμη $F_{εξ}$ δεν παράγει έργο, άρα θα ισχύει η Αρχή Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας (αφού το ηλεκτρικό πεδίο είναι συντηρητικό).



Οπότε: $k\dfrac{q^2}{d} = k\dfrac{q^2}{2d} + \dfrac{1}{2}m_2 υ_2^2$

και λύνοντας ως προς $υ_2$ έχουμε $υ_2 = 3\,m/s$

☞ Όταν αφήσουμε ελεύθερο και το m_1, τότε και αυτό θα κινηθεί προς τα αριστερά (αρνητικά του άξονα).



Έστω $υ_{1\infty}$ και $υ_{2\infty}$ οι ταχύτητες των φορτίων όταν θα βρεθούν σε άπειρη απόσταση μεταξύ τους. Κατά την ταυτόχρονη κίνηση τους θα ισχύουν α) Η Αρχή Διατήρησης της Ορμής (αφού το σύστημα είναι κλειστό) και β) Η Αρχή Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας.

α) Α.Δ.Ο. (d΄→∞): $p_{τελ} = p_{αρχ} \Rightarrow m_1υ_{1\infty} + m_2υ_{2\infty} = m_2υ_2 \Rightarrow$ (με αντικατάσταση)

$\Rightarrow \mathbf{2υ_{1\infty} + υ_{2\infty} = 3}$ **(I)**

β) Α.Δ.Μ.Ε. (d΄→∞): $k\dfrac{q^2}{d} = k\dfrac{q^2}{2d} + \dfrac{1}{2}m_2υ_2^2 = \dfrac{1}{2}m_1υ_{1\infty}^2 + \dfrac{1}{2}m_2υ_{2\infty}^2 \Rightarrow$ (με αντικατάσταση)

$\Rightarrow \mathbf{2υ_{1\infty}^2 + υ_{2\infty}^2 = 18}$ **(II)**

(II) $\Rightarrow υ_{2\infty}^2 = 18 - 2υ_{1\infty}^2$

(I) $\Rightarrow υ_{2\infty} = 3 - 2υ_{1\infty} \Rightarrow υ_{2\infty}^2 = (3 - 2υ_{1\infty})^2$

Οπότε $18 - 2υ_{1\infty}^2 = (3 - 2\,υ_{1\infty})^2 \Rightarrow \mathbf{2\,υ_{1\infty}^2 - 4υ_{1\infty} - 3 = 0}$

Το παραπάνω τριώνυμο έχει διακρίνουσα Δ = 40 οπότε $\sqrt{Δ} = 6{,}3$

Οι λύσεις του τριωνύμου είναι:

$\mathbf{υ_{1\infty} = -0{,}575\ m/s}$

και $υ_{1\infty}΄ = +2575$ m/s η οποία **απορρίπτεται** επειδή η $υ_{1\infty}$ πρέπει είναι αρνητική

Οπότε από την **(I)** έχουμε: $\mathbf{υ_{2\infty} = 4{,}15\ m/s}$.

β) Όσο κρατάμε ακίνητο το m_1, ασκούμε πάνω του μια $F_{εξ}$ η οποία εξουδετερώνει την $F_{ηλ}$ και κρατά ακίνητο το σώμα. **Η δύναμη αυτή δεν παράγει έργο** (αφού δεν μετακινεί το σημείο εφαρμογής της), αλλά όσο ασκείται, το m_2 συνεχίζει ν' απομακρύνεται από το m_1. Συνεπώς **αυξάνει την ορμή του συστήματος προς τα δεξιά** (θετικά). Άρα όσο περισσότερο κρατάμε ακίνητο το m_1, τόσο μεγαλύτερη θα είναι η τελική ορμή (άρα και η τελική ταχύτητα) του m_2 και τόσο μικρότερη η τελική ταχύτητα του m_1.