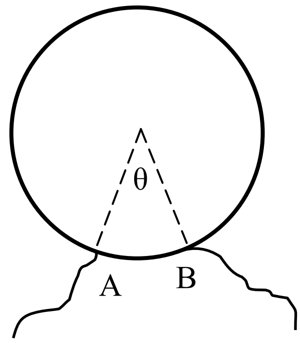
Πλατάκης Φίλιππος - Φυσικός
fil_platakis@yahoo.gr

«Διπλή επαφή με τον κύκλο»***

Φεβρουάριος 2009

Μεταλλικό σύρμα το οποίο παρουσιάζει r ηλεκτρική αντίσταση ανά μονάδα μήκους (Ω/m), έχει καμφθεί έτσι ώστε να σχηματίζει κυκλική περιφέρεια ακτίνας R. Το σύρμα έρχεται σε επαφή με το υπόλοιπο κύκλωμα με δύο «κορκοδειλάκια» τα οποία πιάνουν στα σημεία Α και Β (σχήμα). Να γίνει η γραφική παράσταση της τιμής της ολικής ηλεκτρικής αντίστασης που παρουσιάζει το σύρμα, σε συνάρτηση με την επίκεντρη γωνία θ (η τιμή της rad). Αιτιολογείστε το ακρότατο που παρουσιάζεται.



Η λύση στην επόμενη σελίδα

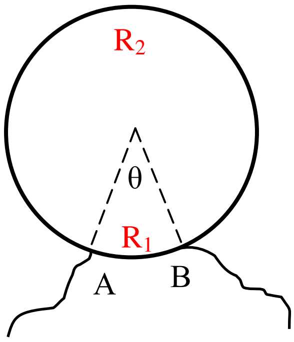
Πλατάκης Φίλιππος - Φυσικός
fil_platakis@yahoo.gr

ΛΥΣΗ

☞ Έστω R_1 η τιμή της ηλεκτρική αντίστασης που αντιστοιχεί στο τόξο γωνίας θ και R_2 στο υπόλοιπο (σχήμα). Αφού η θ μετριέται σε rad, η υπόλοιπη γωνία θα είναι $2\pi - \theta$.

Άρα τα μήκη των τόξων είναι θR και $(2\pi - \theta)R$ αντίστοιχα.

Συνεπώς οι τιμές των ηλεκτρικών αντιστάσεων είναι: $R_1 = \theta Rr$ και $R_2 = (2\pi - \theta)Rr$.



☞ Οι αντιστάτες είναι συνδεμένοι παράλληλα, οπότε έχουμε:

$$R_{o\lambda} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{\theta Rr \cdot (2\pi - \theta)Rr}{\theta Rr + (2\pi - \theta)Rr} = \frac{R^2 r^2 \theta (2\pi - \theta)}{2\pi Rr} = \frac{Rr\theta(2\pi - \theta)}{2\pi} \Rightarrow$$

$$\boxed{R_{o\lambda} = -\frac{rR}{2\pi}\theta^2 + Rr\theta}$$

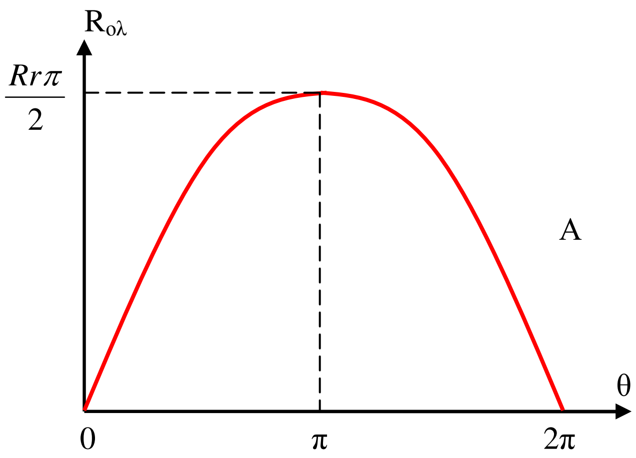
☞ Παρατηρούμε λοιπόν ότι η καμπύλη $R_{o\lambda}(\theta)$ είναι ***παραβολή***.

☞ Αφού ο δευτεροβάθμιος συντελεστής είναι αρνητικός ($\alpha = -\frac{rR}{2\pi}$) θα έχουμε ***μέγιστο*** για:

$$\theta = -\frac{\beta}{2\alpha} = -\frac{Rr}{-2\frac{rR}{2\pi}} = +\pi .$$

☞ Αντικαθιστώντας βρίσκουμε τη ***μέγιστη τιμή***:

$$R_{o\lambda}(\pi) = -\frac{rR}{2\pi}\pi^2 + Rr\pi = \frac{Rr\pi}{2}$$



☞ Ξέρουμε ότι όταν δύο αντιστάτες συνδέονται παράλληλα, ***η ολική αντίσταση του συστήματος τους είναι μικρότερη και από τις δύο***. Συνεπώς, όσο η τιμή της επίκεντρης θ πλησιάζει προς τη τιμή 0 ή τη τιμή 2π, τόσο θα γίνεται μικρότερη μία από τις δύο παράλληλες ηλεκτρικές αντιστάσεις με αποτέλεσμα να μικραίνει και τη τιμή του $R_{o\lambda}$ αφού, όπως είπαμε πρέπει να είναι μικρότερη και από τις δύο. Συνεπώς τη μέγιστη τιμή θα την έχει το $R_{o\lambda}$ όταν και οι δύο αντιστάσεις θα είναι ίσες μεταξύ τους ($Rr\pi$ η καθεμία) οπότε και προκύπτει η τιμή του μέγιστου ($\frac{rR\pi}{2}$).