«Φορτία με κλωστή»***

Φεβρουάριος 2012

Δύο όμοια φορτία $q_1 = q_2 = q = 6 \cdot \mu C$ και μάζας $m_1 = 90$ g και $m_2 = 2m_1 = 180$ g είναι δεμένα με αβαρή κλωστή μήκους $\ell = 120$ cm. Τα φορτία αρχικά κρατιούνται ακίνητα σε απόσταση μεταξύ τους $r = 60$ cm και κάποια στιγμή αφήνονται ταυτόχρονα ελεύθερα να κινηθούν υπό την επίδραση της μεταξύ τους ηλεκτρικής άπωσης.

α) Πώς ξέρουμε ότι όταν τεντωθεί η κλωστή θα ακινητοποιηθούν και τα δύο φορτία;

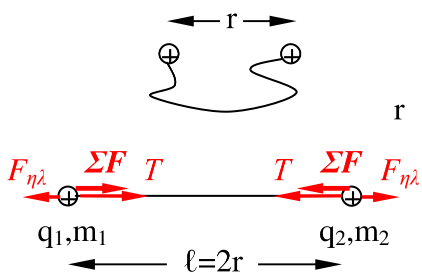
β) Αν το όριο θραύσης της κλωστής είναι 2 N, εξετάστε αν θα σπάσει η κλωστή όταν τεντωθεί, με δεδομένο ότι όταν τεντώνεται η κλωστή, τα φορτία ακινητοποιούνται μέσα σε 0,1 s.

Δίνεται $k = 9 \cdot 10^9$ Nm^2/C^2 και θεωρείστε ότι η μοναδική δύναμη που αναπτύσσεται μεταξύ των φορτίων είναι η ηλεκτροστατική δύναμη Coulomb.

Η λύση στην επόμενη σελίδα

<u>ΛΥΣΗ</u>

α) Εφόσον τα φορτία αφήνονται ελεύθερα ταυτόχρονα από την ακινησία, η αρχική ορμή του συστήματος θα είναι ίση με μηδέν: $p_{αρχ} = 0$. Με δεδομένο όμως ότι το σύστημα των δύο φορτίων είναι κλειστό, θα ισχύει η Αρχή Διατήρησης της Ορμής (Α.Δ.Ο.). Συνεπώς και η τελική ορμή θα είναι ίση με μηδέν: $p_{τελ} = 0$. Άρα όταν θα ακινητοποιηθεί το ένα φορτίο, θα ακινητοποιηθεί και το άλλο, ***άσχετα αν έχουν ή όχι ίσα φορτία και μάζες.***



β) Έστω $υ_1$ και $υ_2$ οι ταχύτητες των φορτίων τη στιγμή που τεντώνεται η κλωστή.

☞ Από την Αρχή Διατήρησης της Ορμής έχουμε:

$$p_{τελ} = p_{αρχ} \Leftrightarrow$$
$$m_1υ_1 - m_2υ_2 = 0 \Leftrightarrow$$
$$m_1υ_1 = m_2υ_2 = 0$$
$$m_1υ_1 = 2m_1υ_2 \Leftrightarrow$$
$$υ_1 = 2υ_2 \quad \textbf{(I)}$$

☞ Από την Αρχή Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας έχουμε:

$$U_{τελ} + K_{τελ} = U_{αρχ} + K_{αρχ} \Leftrightarrow$$
$$k\frac{q^2}{\ell} + \frac{1}{2}m_1υ_1^2 + \frac{1}{2}m_2υ_2^2 = k\frac{q^2}{r} \Leftrightarrow (μέσω\ \textbf{(I)})$$
$$k\frac{q^2}{\ell} + \frac{1}{2}m_1υ_1^2 + \frac{1}{2}m_2υ_2^2 = k\frac{q^2}{r} \Leftrightarrow$$
$$k\frac{q^2}{2r} + \frac{1}{2}m_1 4υ_2^2 + \frac{1}{2}2m_1υ_2^2 = k\frac{q^2}{r} \Leftrightarrow$$
$$3m_1υ_2^2 = k\frac{q^2}{2r} \Leftrightarrow$$
$$υ_2 = q\sqrt{\frac{k}{6m_1 r}} = 6\cdot10^{-6}\sqrt{\frac{9\cdot10^9}{6\cdot9\cdot10^{-1}\cdot6\cdot10^{-2}}} = 6\cdot10^{-6}\sqrt{\frac{10^{12}}{36}} \Leftrightarrow$$
$$\boxed{υ_2 = 1m/s}$$

Οπότε από την (Ι): $\boxed{υ_1 = 2m/s}$

☞ Τη στιγμή που ακινητοποιούνται τα φορτία, οι δυνάμεις που ασκούνται π.χ. στο m_1 θα είναι η τάση T του νήματος και η $F_{ηλ}$ της δύναμης Coulomb. Οπότε:

$$|ΣF| = T - F_{ηλ} \Leftrightarrow$$
$$T = |ΣF| + F_{ηλ} = m_1\frac{|Δυ_1|}{Δt} + k\frac{q^2}{\ell^2} = 9\cdot10^{-2}\cdot\frac{|0-2|}{0,1} + 9\cdot10^9\,\frac{36\cdot10^{-12}}{\left(2\cdot6\cdot10^{-1}\right)^2} = 1,8 + 0,225 \Leftrightarrow$$
$$\boxed{T = 2,025N}$$

☞ Με δεδομένο ότι το όριο θραύσης του νήματος είναι $T_{θρ} = 2\ N$, παρατηρούμε ότι:

$$T > T_{θρ}$$

Άρα δεν θ' αντέξει το νήμα.