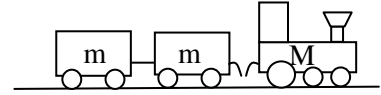


«Τρένο με χαμένα βαγόνια»**

Ιανουάριος 2010

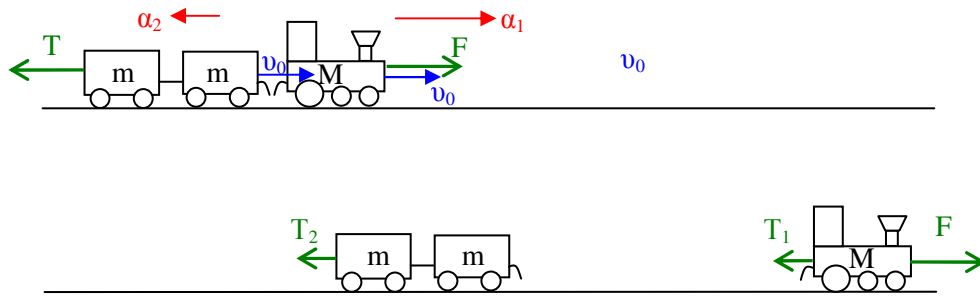
Τρένο που αποτελείται από τη μηχανή και δύο βαγόνια (σχήμα) κινείται με σταθερή ταχύτητα $u_0 = 20 \text{ m/s}$ σε οριζόντια ευθύγραμμη τροχιά. Η μάζα της μηχανής είναι διπλάσια της μάζας του κάθε βαγονιού ($M = 2m$). Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ σπάει η σύνδεση ανάμεσα στη μηχανή και το 1^ο βαγόνι, με αποτέλεσμα η μηχανή να κινείται ανεξάρτητα από τα δύο βαγόνια. Αν ο συντελεστής τριβής ανάμεσα στις ρόδες του τρένου και τις ράγες είναι $\mu = 0,1$, πόση θα είναι η απόσταση ανάμεσα στη μηχανή και τα βαγόνια, όταν αυτά σταματήσουν.



Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Η λύση στην επόμενη σελίδα

ΛΥΣΗ



☞ Αρχικά το τρένο κινείται με σταθερή ταχύτητα. Άρα η δύναμη F της μηχανής του θα ήταν ίση και αντίθετη με την συνολική τριβή του τρένου: $F = T \Leftrightarrow$

$$F = \mu(M + 2m)g \Leftrightarrow$$

$$F = 4\mu mg$$

☞ Μετά την αποκόλληση των βαγονιών, η μηχανή θα συνεχίσει δεχόμενη συνισταμένη δύναμη από τις F και T_1 , όπου T_1 η τριβή που δέχεται από τις ράγες.

$$\text{Άρα: } \Sigma F_{\mu\eta\chi} = F - T_1 \Leftrightarrow$$

$$\Sigma F_{\mu\eta\chi} = 4\mu mg - \mu Mg = 4\mu mg - 2\mu mg = 2\mu mg$$

☞ Η συνισταμένη δύναμη που δέχονται τα βαγόνια μετά την αποκόλληση είναι μόνο η τριβή T_2 που δέχονται από τις ράγες. Άρα $\Sigma F_{\beta\alpha\gamma} = T_2 = \mu 2mg = 2\mu mg$

☞ Συνεπώς η μηχανή θα αποκτήσει επιτάχυνση: $\alpha_1 = \frac{\Sigma F_{\mu\eta\chi}}{M} = \frac{2\mu mg}{2m} = \mu g = 0,1 \cdot 10 = 1 \text{ m/s}^2$

☞ Ενώ τα βαγόνια θ' αποκτήσουν επιβράδυνση: $\alpha_2 = \frac{\Sigma F_{\beta\alpha\gamma}}{2m} = \frac{2\mu mg}{2m} = \mu g = 0,1 \cdot 10 = 1 \text{ m/s}^2$

☞ Έστω t ο χρόνος που χρειάζονται τα βαγόνια να σταματήσουν. Από την εξίσωση της ταχύτητας:

$$0 = v_0 - \alpha_2 t \Leftrightarrow$$

$$t = \frac{v_0}{\alpha_2} = \frac{20}{2} = 20 \text{ s}$$

☞ Στο παραπάνω χρονικό διάστημα, η μηχανή έχει διανύσει διάστημα:

$$s_1 = v_0 t + \frac{1}{2} \alpha_1 t^2 = 20 \cdot 20 + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 20^2 = 600 \text{ m}$$

☞ Ενώ τα βαγόνια: $s_2 = v_0 t - \frac{1}{2} \alpha_2 t^2 = 20 \cdot 20 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 20^2 = 200 \text{ m}$

☞ Άρα θ' απέχουν μεταξύ τους $\Delta s = s_1 - s_2 = 600 - 200 \Leftrightarrow$

$$\boxed{\Delta s = 400 \text{ m}}$$