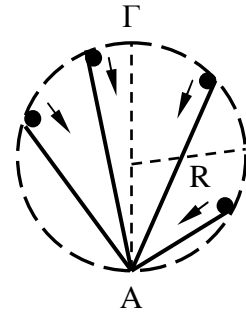


«Συγχρονισμένες σφαίρες»***
Φεβρουάριος 2012

Έχουμε ένα πλήθος από πλάγια επίπεδα τα οποία είναι χορδές κύκλου (O,R) και τα οποία καταλήγουν στο ίδιο κατώτερο σημείο A (σχήμα). Αποδείξτε ότι αν αφήσουμε μια σφαίρα από τη κορυφή οποιουδήποτε επιπέδου, θα φτάσει στο ίδιο χρονικό διάστημα στο σημείο A και υπολογίστε αυτό το χρονικό διάστημα συναρτήσει της ακτίνας R και της επιτάχυνσης της βαρύτητας g .

(Η άσκηση είναι προσφορά του κ. Παζούλη, τον οποίο και ευχαριστούμε).



Η λύση στην επόμενη σελίδα

ΛΥΣΗ

☞ Έστω ένα τυχαίο πλάγιο επίπεδο, που ξεκινά από το σημείο Σ του κύκλου και καταλήγει στο σημείο A .

Αφήνουμε μια σφαίρα από το Σ να κυλίσει. Η επιτάχυνση που θα αποκτήσει θα είναι:

$$a = \frac{B_x}{m} = \frac{mg\eta\mu\varphi}{m} = g\eta\mu\varphi \quad (I)$$

☞ Η κίνηση που κάνει η σφαίρα είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη, οπότε:

$$A\Sigma = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}g\eta\mu\varphi t^2 \Leftrightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot (A\Sigma)}{g\eta\mu\varphi}} \quad (II)$$

☞ Όμως από το τρίγωνο $A\Sigma\Gamma$ έχουμε: $(A\Sigma) = (A\Gamma) \cdot \eta\mu\varphi = 2R\eta\mu\varphi$ (III)

$$\text{☞ Οπότε από την (II): } t = \sqrt{\frac{2 \cdot 2R\eta\mu\varphi}{g\eta\mu\varphi}} \Leftrightarrow t = 2\sqrt{\frac{R}{g}}$$

* Τον ίδιο χρόνο θα κάνει η σφαίρα αν αφηθεί και από το σημείο Γ , μόνο που τώρα θα εκτελέσει ελεύθερη πτώση και φυσικά δεν θα χρειάζεται πλάγιο επίπεδο για την κίνηση της.

