

«Η οριζόντια βολή της Λάρα Κροφτ»***

Μάρτιος 2009

Η Λάρα Κροφτ γλιστρά χωρίς τριβές με ταχύτητα 30 m/s πάνω σε οριζόντιο στρώμα χιονιού, μέχρι τη στιγμή που αντιλαμβάνεται ότι απέχει 125 m από κατακόρυφο γκρεμό. Τότε για να επιβραδύνει το «μοιραίο», ακουμπά την αξίνα της πάνω στο χιόνι μ' αποτέλεσμα να δημιουργήσει τριβή ολίσθησης μεταξύ του σώματος της και του χιονιού με συντελεστή $\mu = 0,2$. Τη στιγμή που εκσφενδονίζεται οριζόντια στο κενό, δένει το άκρο του σχοινιού της, μήκους $\ell = 75$ m στο χείλος του γκρεμού. Να υπολογίσετε τη ταχύτητα (μέτρο και κατεύθυνση) που θα έχει τη στιγμή που τεντώνεται το σχοινί.

Δίνεται: α) $g = 10 \text{ m/s}^2$ β) Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

Η λύση στην επόμενη σελίδα

ΛΥΣΗ

☞ Κατ' αρχάς υπολογίζουμε την οριζόντια ταχύτητα v_x με την οποία φεύγει στο κενό:

Η τριβή ολίσθησης που δέχεται του προκαλεί

$$\text{επιβράδυνση: } \alpha = \frac{T}{m} = \frac{\mu mg}{m} = 0,2 \cdot 10 = 2 \text{ m/s}^2 .$$

Οπότε αφού η κίνηση της μέχρι το χείλος είναι ομαλά επιβραδυνόμενη, έχουμε τις εξισώσεις:

$$s = v_0 t - \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow 125 = 30t - t^2 \Rightarrow t^2 - 30t + 125 = 0$$

Λύνοντας την δευτεροβάθμια έχουμε:

$$t_1 = 5 \text{ s (δεκτή)} \text{ και } t_2 = 25 \text{ s (απορρ.)}$$

Οπότε η οριζόντια ταχύτητα v_x θα είναι:

$$v_x = v_0 - a t = 30 - 2 \cdot 5 \Rightarrow v_x = 20 \text{ m/s}$$

☞ Κατά τη διάρκεια της πτώσης της θα εκτελεί κατά τον άξονα x ομαλή κίνηση ($x = v_x t$) και κατά

τον άξονα y ελεύθερη πτώση ($y = \frac{1}{2} g t^2$).

☞ Για να τεντωθεί το σχοινί θα πρέπει: $x^2 + y^2 = \ell^2 \Rightarrow v_x^2 t^2 + \frac{1}{4} g^2 t^4 = \ell^2 \Rightarrow$

$$400t^2 + \frac{100}{4} t^4 = 75^2 \Rightarrow$$

$$25t^4 + 400t^2 - 75^2 = 0 \Rightarrow$$

$$t^4 + 16t^2 - 225 = 0$$

Επιλύοντας τη δευτεροβάθμια έχουμε: $t_1^2 = 9 \Rightarrow t_1 = 3 \text{ s}$ και $t_2^2 = -25$ (απορρ.)

☞ Υπολογίζουμε τη κατακόρυφη συνιστώσα της ταχύτητας: $v_y = g t_1 = 10 \cdot 3 = 30 \text{ m/s}$

☞ Οπότε η μεν συνισταμένη ταχύτητα θα είναι: $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{20^2 + 30^2} \Rightarrow$

$$\boxed{v = 10\sqrt{13} \text{ m/s}}$$

☞ Και θα σχηματίζει γωνία θ ως προς την κατακόρυφο τέτοια ώστε: $\varepsilon\varphi\theta = \frac{v_x}{v_y} \Rightarrow \boxed{\varepsilon\varphi\theta = \frac{2}{3}}$

