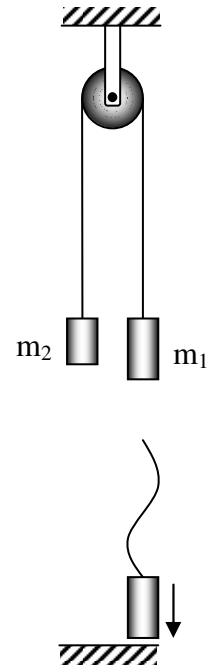


Πόσο ζυγίζει το ελαφρύτερο;*** Μάρτιος 2010

Δύο σώματα με μάζες m_1 (το μεγαλύτερο) και m_2 (το μικρότερο) είναι πιασμένα στα άκρα αβαρούς νήματος. Το νήμα περνά μέσα από το αυλάκι μιας ακίνητης τροχαλίας αμελητέας μάζας και κρατούνται και τα δύο στο ίδιο ύψος $h = 25$ m πάνω από το έδαφος.

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ αφήνουμε το σύστημα των σωμάτων να κινηθεί ελεύθερα. Ξέροντας ότι η μάζα του βαρύτερου σώματος είναι $m_1 = 6$ Kg, ο Τοτός ισχυρίζεται ότι αν μετρήσει τη χρονική διάρκεια της καθόδου μπορεί να υπολογίσει τη μάζα του ελαφρύτερου. Κάποια στιγμή όμως (κατά τη διάρκεια της κίνησης των σωμάτων), το νήμα κόβεται και τα δύο σώματα κινούνται το ένα ανεξάρτητο από το άλλο. Το αποτέλεσμα είναι το m_1 να φτάσει στο έδαφος τη χρονική στιγμή $t = 3$ s. Ο Τοτός ισχυρίστηκε ότι πάλι μπορεί να υπολογίσει τη μάζα του m_2 αρκεί να του δοθεί η ταχύτητα με την οποία έφτασε το m_1 στο έδαφος. Πράγματι όταν του είπαν ότι το m_1 έφτασε με ταχύτητα 22 m/s, υπολόγισε τη μάζα του m_2 . Πως τα κατάφερε;

Δίνεται $g = 10$ m/s².



Η λύση στην επόμενη σελίδα

ΛΥΣΗ

☞ Η γραφική παράσταση της ταχύτητας του σώματος m_1 σε σχέση με το χρόνο είναι αυτή του διπλανού σχήματος με t_1 και t_2 τις διάρκειες κίνησης της επιταχυνόμενης κίνησης και της ελεύθερης πτώσης αντίστοιχα.

Το αρχικό ύψος h του σώματος είναι ίσο με το διάστημα που διάνυσε το σώμα κατά τη πτώση του, δηλαδή ίσο με το εμβαδόν των E_1 και E_2 .

Άρα: $h = E_1 + E_2$

Οπότε: $h = \frac{1}{2}v_1t_1 + \frac{v_1+v_2}{2} \cdot t_2$ **(I)**

Όμως αν t_2 είναι η διάρκεια της ελεύθερης πτώσης, θα έχουμε: $v_2 = v_1 + gt_2$ και άρα:

$$v_1 = v_2 - gt_2$$
 (II)

Αντικαθιστούμε την **(II)** στην **(I)**: $h = \frac{1}{2}(v_2 - gt_2)t_1 + \frac{v_2 - gt_2 + v_2}{2}t_2 \Leftrightarrow$

$$h = \frac{1}{2}v_2t_1 - \frac{1}{2}gt_2t_1 + v_2t_2 - \frac{g}{2}t_2^2 \Leftrightarrow$$

$$25 = \frac{1}{2} \cdot 22 \cdot t_1 - 5 \cdot t_2t_1 + 22 \cdot t_2 - 5 \cdot t_2^2 \Leftrightarrow (\text{Αφού } t_1 = 3 - t_2)$$

$$25 = 11(3 - t_2) - 5t_2(3 - t_2) + 22t_2 - 5t_2^2 \Leftrightarrow (\text{μετά από πράξεις})$$

$$4t_2 = 8 \Leftrightarrow$$

$$t_2 = 2s$$

☞ Άρα $t_1 = 3 - t_2 = 1s$

☞ Και από την **(II)** έχουμε: $v_1 = v_2 - gt_2 = 22 - 10 \cdot 2 \Leftrightarrow v_1 = 2m/s^2$

☞ Όμως αν a είναι η επιτάχυνση της πρώτης κίνησης: $v_1 = a \cdot t_1 \Leftrightarrow a = \frac{v_1}{t_1} = \frac{2}{1} = 2m/s^2$

☞ Πριν κοπεί το νήμα τα σώματα κινούνταν με επιτάχυνση:

$$a = \frac{\sum F}{m} = \frac{W_1 - W_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g \Leftrightarrow$$

$$2 = \frac{6 - m_2}{6 + m_2} \cdot 10 \Leftrightarrow$$

$$\boxed{m_2 = 4Kg}$$

