

Πόσο ψηλά για διπλάσια κινητική ενέργεια;**
Μάιος 2010

Από την άκρη ενός γκρεμού κλωτσάμε οριζόντια μια πέτρα με ταχύτητα 20 m/s. Πόσο ύψος πρέπει να έχει ο γκρεμός ώστε η πέτρα να φτάσει στο οριζόντιο έδαφος με διπλάσια κινητική ενέργεια από την αρχική της;

Δίνεται α) $g = 10 \text{ m/s}^2$ β) ότι η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα

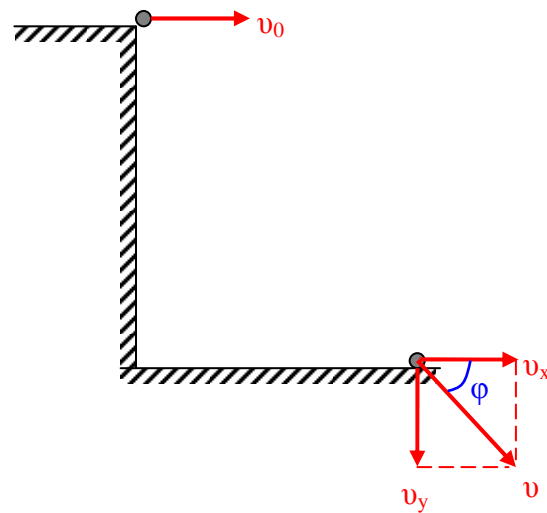
Η μάζα του σώματος δεν δίνεται.

Η λύση στην επόμενη σελίδα

ΛΥΣΗ

☞ Έστω v_0 η αρχική ταχύτητα της πέτρας και v η τελική της (τη στιγμή που χτυπά στο έδαφος). Σύμφωνα με τα δεδομένα της άσκησης θα έχουμε:

$$E_{αρχ} = \frac{1}{2} E_{τελ} \Leftrightarrow$$
$$\frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} \frac{1}{2} m v^2 \Leftrightarrow$$
$$v_0^2 = \frac{1}{2} v^2 \Leftrightarrow$$
$$v_0 = \frac{\sqrt{2}}{2} v$$



☞ Ξέρουμε όμως ότι κατά τη διάρκεια της οριζόντιας βολής η οριζόντια συνιστώσα του σώματος δεν αλλάζει (επειδή κάνει ευθύγραμμη ομαλή κίνηση στον οριζόντιο άξονα). Άρα $v_x = v_0$.

Οπότε στη τελική θέση: $\sin \varphi = \frac{v_x}{v} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ (σχήμα)

☞ Συνεπώς στη τελική θέση (αφού το ορθογώνιο τρίγωνο είναι ισοσκελές):

$$v_y = v_x = 20 \text{ m/s}$$

☞ Είναι γνωστό όμως ότι στον κατακόρυφο άξονα εκτελεί κατακόρυφη βολή. Άρα:

$$v_y = gt \Leftrightarrow t = \frac{v_y}{g} = \frac{20}{10} = 2 \text{ s και}$$

$$h = \frac{1}{2} g t^2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 2^2 \Leftrightarrow$$

$$\boxed{h = 20 \text{ m}}$$