

Κάτω στο ορυχείο

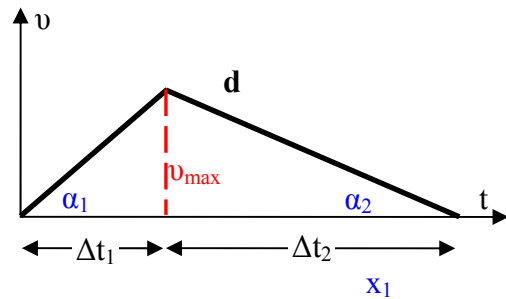
Νοέμβριος 2006

Ο ανελκυστήρας ενός ορυχείου μπορεί να αποκτήσει επιτάχυνση $a_1 = 4 \text{ m/s}^2$ και μέγιστη επιβράδυνση $a_2 = -3 \text{ m/s}^2$. Αν το βάθος του ορυχείου είναι 168 m, πόσος είναι ο ελάχιστος χρόνος μέσα στον οποίο μπορεί να κατέβει κάτω ο ανελκυστήρας.

Η λύση στην επόμενη σελίδα

ΛΥΣΗ

Τον ελάχιστο χρόνο θα τον πετύχει ο ανελκυστήρας αν κινηθεί με την μέγιστη δυνατή ταχύτητα. Αυτό για να γίνει, θα πρέπει να κινηθεί για όσο μεγαλύτερο χρονικό διάστημα είναι δυνατόν με επιταχυνόμενη κίνηση και μετά να αρχίσει την επιβραδυνόμενη κίνηση του μέχρι να σταματήσει.



Στο σχήμα έχουμε το διάγραμμα της ταχύτητας σε σχέση με το χρόνο.

Έστω Δt_1 ο χρόνος της επιτάχυνσης και Δt_2 ο χρόνος της επιβράδυνσης. Όπως είναι γνωστό οι κλίσεις του παραπάνω διαγράμματος μας δίνουν τα μέτρα των επιταχύνσεων του σώματος. Άρα (κατ' απόλυτη τιμή)

$$\alpha_1 = v_{\max}/\Delta t_1 \text{ και } \alpha_2 = v_{\max}/\Delta t_2. \quad (\text{I})$$

Το εμβαδόν του παραπάνω διαγράμματος μας δίνει τη μετατόπιση του ανελκυστήρα (στη συγκεκριμένη περίπτωση ίση με 168 m).

Συνεπώς:

$$s = \frac{1}{2}(\Delta t_1 + \Delta t_2) \cdot v_{\max} \text{ (τρίγωνο γαρ)}$$

Οπότε από την (I) σχέση:

$$s = \frac{1}{2} v_{\max} \left(\frac{v_{\max}}{\alpha_1} + \frac{v_{\max}}{\alpha_2} \right) \Rightarrow 168 = \frac{1}{2} v_{\max}^2 \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3} \right) \Rightarrow v_{\max} = 24 \frac{m}{s}$$

Άρα: $\Delta t_1 = v_{\max}/\alpha_1 = 6 \text{ s}$ και $\Delta t_2 = v_{\max}/\alpha_2 = 8 \text{ s}$

Συνεπώς ο συνολικός χρόνος είναι $t_{\min} = \Delta t_1 + \Delta t_2 \Rightarrow t_{\min} = 14 \text{ s}$.