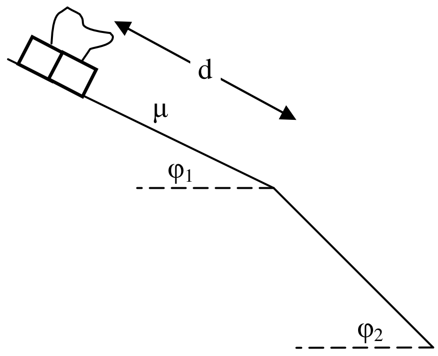
Πλατάκης Φίλιππος - Φυσικός
fil_platakis@yahoo.gr

«Σπασμένη κατάβαση»***

Φεβρουάριος 2009

Δύο σώματα βρίσκονται στο ίδιο σημείο πλάγιου επιπέδου μήκους d = 11,25 m και κλίσης 30^0 ως προς το οριζόντιο επίπεδο. Τα σώματα παρουσιάζουν συντελεστή τριβής $\mu = \frac{1}{2\sqrt{3}}$ με την επιφάνεια του επιπέδου. Το παραπάνω επίπεδο ακολουθείται από άλλο, λείο αυτή τη φορά, μεγάλου μήκους, το οποίο σχηματίζει γωνία φ_2 με το οριζόντιο επίπεδο τέτοια ώστε: $\eta\mu\varphi_2 = 3/5$ (σχήμα).



Τα σώματα είναι δεμένα μεταξύ τους με αβαρές νήμα μήκους $\ell = 16,5$ m. Τη χρονική στιγμή t = 0 αφήνουμε να κυλήσει το 1^o και μετά από 1 s αφήνουμε το 2^o σώμα. Να βρεθεί ποια χρονική στιγμή τεντώνεται το σχοινί.

Δίνεται $g = 10$ m/s^2.

Θεωρείστε:

α) Ότι η μοναδική τριβή κατά τη κίνηση των σωμάτων είναι αυτή του $1^{ου}$ επιπέδου, η οποία παρουσιάζει σταθερό συντελεστή ολίσθησης με τα σώματα,

β) Ότι τα σώματα περνούν από το ένα επίπεδο στο άλλο χωρίς αναπηδήσεις και διατηρώντας τα μέτρα των ταχυτήτων τους.

Η λύση στην επόμενη σελίδα

Πλατάκης Φίλιππος - Φυσικός
fil_platakis@yahoo.gr

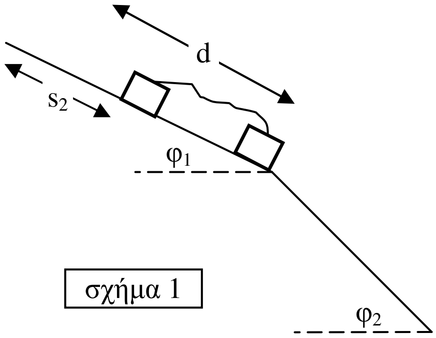
ΛΥΣΗ

Διερευνούμε σε ποιο από τα 2 επίπεδα θα είναι τα σώματα όταν τεντωθεί το σχοινί.

☞ **Τεντώνεται όταν είναι και τα δύο στο 1ο επίπεδο;**

Υπολογίζουμε την επιτάχυνση στο 1ο επίπεδο:

$$\alpha = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{mg\eta\mu\varphi_1 - \mu mg\sigma\upsilon\nu\varphi_1}{m} = g\left(\eta\mu\varphi_1 - \mu\sigma\upsilon\nu\varphi_1\right) = 2{,}5m/s^2$$



σχήμα 1

Το διάστημα d στο 1ο επίπεδο το σώμα (1) το διήνυσε σε χρόνο t_1:

$$d = \frac{1}{2}\alpha_1 t_1^2 \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2d}{\alpha}} = \sqrt{\frac{2\cdot 11{,}25}{2{,}5}} = \sqrt{\frac{22{,}5}{2{,}5}} = 3s$$

Τη παραπάνω χρονική στιγμή το σώμα (2) έχει διανύσει:

$$s_2 = \frac{1}{2}\alpha_1\left(t_1 - 1\right)^2 = \frac{1}{2}\cdot 2{,}5\cdot 2^2 = 5m$$

Άρα τα σώματα απέχουν:

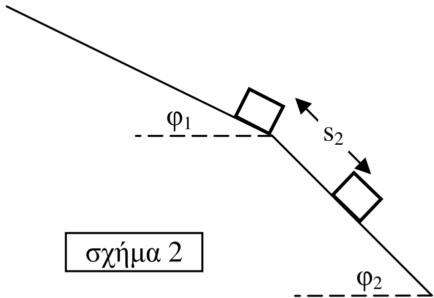
$$d - s_2 = 11{,}25 - 5 = 6{,}25m < 16{,}5m = \ell$$

Αρα δεν τεντώνεται το νήμα στο 1ο επίπεδο (σχήμα 1)

☞ **Τεντώνεται όταν είναι το σώμα (1) στο 2ο επίπεδο και το σώμα (2) στο 1ο;**

Η επιτάχυνση που αποκτούν τα σώματα στο 2ο επίπεδο είναι:

$$\alpha_2 = \frac{mg\eta\mu\varphi_2}{m} = 10\cdot\frac{3}{5} = 6m/s^2$$



σχήμα 2

Το σώμα (2)θα φτάσει στην άκρη του 1ου επιπέδου τη χρονική στιγμή t_1+1 (έφυγε 1 s αργότερα).

Τη παραπάνω χρονική στιγμή το σώμα (1) έχει κινηθεί για 1 s στο 2ο επίπεδο και διήνυσε:

$$s_1' = \upsilon_{01}\cdot 1 + \frac{1}{2}\alpha_2\cdot 1^2$$

όπου: $\upsilon_{01} = a_1\cdot t_1 = 2{,}5\cdot 3 = 7{,}5m/s$ η ταχύτητα που απέκτησε στο 1ο επίπεδο.

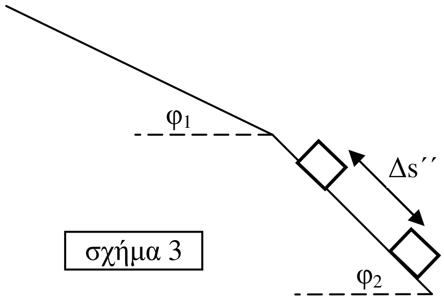
Με αντικατάσταση: $s_1' = 7{,}5\cdot 1 + \frac{1}{2}6\cdot 1^2 = 10{,}5m < 16{,}5\text{m} = \ell$

Αρα δεν τεντώνεται ούτε όταν βρίσκονται σε διαφορετικά επίπεδα (σχήμα 2)

☞ **Άρα τεντώνεται όταν βρίσκονται και τα δύο στο 2ο επίπεδο**

Ας υποθέσουμε ότι αρχίζουμε να μετράμε το χρόνο ξανά (να πατήσουμε το χρονόμετρο δηλ.) τη στιγμή που και το σώμα (2) μπαίνει στο 2ο επίπεδο:

Έστω t_2 η χρονική στιγμή που τεντώνεται το σχοινί. Η μεταξύ τους απόσταση θα είναι:



σχήμα 3

$$\Delta s'' = s_1' - s_2' = 16{,}5 \Rightarrow \left(s_1' + \upsilon_{01}' t_2 + \frac{1}{2}\alpha_2 t_2^2\right) - \left(\upsilon_{02}' t_2 + \frac{1}{2}\alpha_2 t_2^2\right) = 16{,}5$$

όπου $\upsilon_{01}' = \upsilon_{01} + \alpha_2\cdot 1 = 7{,}5 + 6 = 13{,}5m/s$ και $\upsilon_{02} = \upsilon_{01} = 7{,}5m/s$

Οπότε με αντικατάσταση έχουμε: $10{,}5 + 13{,}5t_2 + 3t_2^2 - 7{,}5t_2 - 3t_2^2 = 16{,}5 \Rightarrow 6{,}5t_2 = 6{,}5 \Rightarrow t_2 = 1s$

Άρα το σχοινί θα τεντωθεί τη χρονική στιγμή $t_{o\lambda} = t_1 + 1 + t_2 = 3 + 1 + 1 \Rightarrow \boxed{t_{o\lambda} = 5s}$