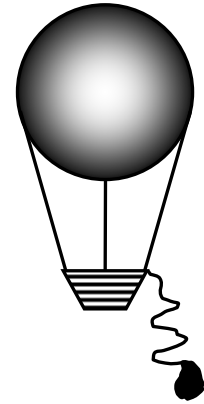


Αερόστατο και σάκος άμμου*** Απρίλιος 2011

Ένα αερόστατο αιωρείται ακίνητο στον αέρα, όταν κάποια στιγμή ο κυβερνήτης του αφήνει να πέσει ελεύθερα προς τα κάτω ένα σακί άμμου. Το σακί είναι δεμένο με αβαρές σχοινί, με αποτέλεσμα κάποια στιγμή αυτό να τεντώσει. Να αποδείξετε ότι όταν τεντώσει το σχοινί, το σύστημα αερόστατου – σακιού θα ακινητοποιηθεί πάλι.

Δεν δίνονται ούτε μάζες, ούτε επιτάχυνση βαρύτητας ούτε μήκος σχοινιού.

(Θεωρείστε ότι η άνωση του αέρα στο σακί είναι αμελητέα)



Η λύση στην επόμενη σελίδα

ΛΥΣΗ

1^{ος} τρόπος

☞ Εφόσον αρχικά το αερόστατο ισορροπεί, αυτό σημαίνει ότι η αρχική άνωση του αέρα εξουδετερώνει το συνολικό βάρος του (μαζί με σακί).

Αν λοιπόν αφήσουμε να πέσει το σακί, το βάρος του αερόστατου θα μειωθεί κατά $w = mg$ (το βάρος του σακιού). Οπότε η συνισταμένη που θα κινήσει το σακί θα είναι:

$$\Sigma F = w = mg \text{ (προς τα πάνω).}$$

Η ίδια δύναμη όμως ($w = mg$) είναι αυτή που δέχεται το σακί προς τα κάτω.

Συνεπώς τα δύο σώματα (αερόστατο – σακί) δέχονται δύο ίσες και αντίθετες δυνάμεις. Άρα λοιπόν σε χρόνο Δt (που χρειάζεται να τεντωθεί το σχοινί) η μεταβολή της ορμής του αερόστατου είναι:

$$\Delta p_1 = w \cdot \Delta t$$

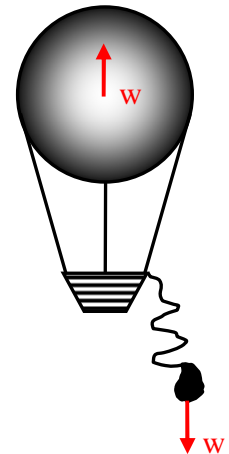
και η μεταβολή της ορμής του σακιού:

$$\Delta p_2 = -w \cdot \Delta t$$

Συνεπώς $\Delta p_{ολ} = 0$ δηλαδή η ορμή του συστήματος δεν μεταβάλλεται.

Αφού η αρχική του ορμή ήταν μηδέν, **η συνολική ορμή του συστήματος καθ' όλη τη διάρκεια της πτώσης είναι: $p_{ολ} = 0$**

Οπότε όταν θα τεντωθεί το σχοινί, σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ορμής, και η τελική ορμή του συστήματος θα παραμείνει μηδέν και το αερόστατο θα ακινητοποιηθεί.



2^{ος} τρόπος

Έστω M : η μάζα του αερόστατου μαζί με το σακί και m : η μάζα του σακιού

☞ Το αερόστατο: Θα αποκτήσει επιτάχυνση: $a = \frac{w}{M - m} = \frac{mg}{M - m}$

Οπότε (αν t ο χρόνος πτώσης του σακιού) τη στιγμή που

τεντώνεται το σχοινί θα έχει ταχύτητα: $v_1 = at = \frac{mgt}{M - m}$

☞ Το σακί: Θα αποκτήσει επιτάχυνση g και τη στιγμή που τεντώνεται το σχοινί θα έχει ταχύτητα: $v_2 = gt$

☞ Εφαρμόζουμε Αρχή Διατήρησης της Ορμής όταν τεντωθεί το σχοινί και το αερόστατο μαζί με το σακί γίνουν συσσωμάτωμα:

$$p_{τελ} = p_{αρχ} \Leftrightarrow$$

$$(M - m + m)V = (M - m)v_1 - mv_2 \Leftrightarrow$$

$$MV = (M - m) \frac{mgt}{M - m} - mgt \Leftrightarrow$$

$$MV = mgt - mgt = 0 \Leftrightarrow$$

$$\boxed{V = 0}$$

Άρα το σύστημα αερόστατο – σακί θα ακινητοποιηθεί.

